

【2020 全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

國中組 成果報告表單

題目名稱：滅鼠先鋒的必勝法則

一、摘要：

1. 魔方陣中棋子的奇偶數會影響勝負，棋子偶數則先手必輸，奇數則先手必贏。
2. 可以用正方形、長方形來判斷輸贏
3. 先手是一定輸的，因為6排\*6列是安全的狀態，先手拿掉就變不安全，所以先手必輸。

二、探究題目與動機：

在一次數學課中，老師突然拿出"滅鼠先鋒"。老師讓我們比賽，結果一直輸，所以我們想研究滅鼠先鋒是否有必勝方法。

三、探究目的與假設

(一)探究目的：探究在滅鼠先鋒遊戲裡面是否有必勝的策略，形成何種圖形一定獲勝，先手取棋子是否一定獲勝。

(二)實驗假設：

- 1.先手是否必贏
- 2.設棋子數量與先後手會影響遊戲勝負
- 3.是否能用簡單圖形判斷贏或輸

四、探究方法與驗證步驟

玩法:分區拿取棋子(不限棋子數量)

不可跨區拿取，最後取者為敗。

目標:是否有必勝策略，全部拿取到剩1顆。

壹

1、設各區只有一個 (如圖)

圖 1:僅有1顆，先手輸

	1	2	3	4	5	6
A	○	○	○	○	○	○
B	○	○	○	○	○	○
C	○	○	○	○	○	○
D	○	○	○	○	○	○
E	○	○	○	○	○	○
F	○	○	○	○	○	○

圖 1



圖 2:先手取1，餘1顆，後手輸

依此推論(如圖3)

奇數顆：先手輸

偶數顆：後手輸

	1	2	3	4	5	6
A	○					
B	○					
C						
D						
E						
F						

圖 2

	1	2	3	4	5	6
A	①					
B	②					
C	③					
D	④					
E	⑤					
F	⑥					

圖3

貳、設1區有2個，餘皆1個(如圖)

	1	2	3	4	5	6
A	○	○				
B	○					
C	○					
D	○					
E	○					
F	○					

一、先手取 A 列2個，餘5顆，先手贏，(如右圖)。

	1	2	3	4	5	6
A	①	①				
B	②					
C	③					
D	④					
E	⑤					
F	⑥					

二、先手取(B、C、D、E、F)1顆，後手取 A 列1個，餘5顆，依序取子，後手贏，(如下圖)。

	1	2	3	4	5	6
A	②	⑦				
B	①					
C	③					
D	④					
E	⑤					
F	⑥					

參、設共2區(A、B 兩列)有2個

	1	2	3	4	5	6
A	○	○				
B	○	○				
C	○					
D	○					
E	○					
F	○					

一、先手取 A 列兩個，後手取1個，先手輸，(如圖)。

	1	2	3	4	5	6
A	①	①				
B	②	⑦				
C	③					
D	④					
E	⑤					
F	⑥					

二、先手取 A 列兩個，後手取 (C、D、E、F)其中1個，後手輸(如圖)。

	1	2	3	4	5	6
A	①	①				
B	③	③				
C	②					
D	④					
E	⑤					
F	⑥					

三、先手取 A、B 的一個，後手取 B 的二個，先手輸。

	1	2	3	4	5	6
A	①	⑦				
B	②	②				
C	③					
D	④					
E	⑤					
F	⑥					

四、先手取 A、B 的一個，後手取剩下一個棋的一個或 C、D、E、F 其中一個，後手輸。

	1	2	3	4	5	6
A	①	②				
B	③	④				
C	⑤					
D	⑥					
E	⑦					
F	⑧					

肆、設三區(A、B、C 三列)有 2 個。

	1	2	3	4	5	6
A	○	○				
B	○	○				
C	○	○				
D	○					
E	○					
F	○					

一、先手取1個(DEF)，後手取2個(ABC)，

剩(BC)兩個(EF)一個皆會遇到參-三 或參-四 的狀況先手輸

	1	2	3	4	5	6
A	②	②				
B	○	○				
C	○	○				
D	①					
E	○					
F	○					

二、先手取2個，後手取1個所餘如上先手輸。

	1	2	3	4	5	6
A	①	①				
B	○	○				
C	○	○				
D	②					
E	○					
F	○					

三、先手取1(A、B列)如參所討論先手贏。

	1	2	3	4	5	6
A	①	○				
B	○	○				
C	○	○				
D	○					
E	○					
F	○					

由以上觀察，對先手而言，完成以下棋面：

(1)偶數個各區單子是安全，即先手確定獲勝。

	1				
A	○				1
B	○				1
C	○				1
D	○				1
E	○				1
F	○				1
				+ 1=	1
					6

Chales Leonard Bouton 利用數的二進位制證明此對先手有利。

(2)各區只要有2×2，對先手而言是安全，即先手確定獲勝。

	1	2			
A	○	○			
B	○	○			
			2=		1 0
			+ 2=		1 0
					2 0

(3)若是2×3(下圖左)，對先手而言是安全，即先手確定獲勝;若是3×2(下圖

右)，對先手反而是不安全，即先手會落敗。

	1	2	3		
A	○	○	○		
B	○	○	○		
				3=	1 1
				+ 3=	1 1
					2 2

	1	2			
A	○	○			
B	○	○			
C	○	○			
			2=		1 0
			2=		1 0
			+ 2=		1 0
					3 0

(4)若是 $2 \times 4$ (下圖左), 對先手而言是安全, 即先手確定獲勝;若是 $4 \times 2$ (下圖右), 對先手一樣安全, 因其屬2個 $2 \times 2$ 。

	1	2	3	4				
A	○	○	○	○	4=	1	0	0
B	○	○	○	○	+ 4=	1	0	0
						2	0	0

		1	2					
A	○	○			2=		1	0
B	○	○			2=		1	0
C	○	○			2=		1	0
D	○	○			+ 2=		1	0
							4	0

(5) 若是 $2 \times 5$ (下圖左), 對先手而言是安全, 即先手確定獲勝;若是 $5 \times 2$ (下圖右), 對先手反而是不安全, 即先手會落敗。

	1	2	3	4	5				
A	○	○	○	○	○	5=	1	0	1
B	○	○	○	○	○	+ 5=	1	0	1
							2	0	2

		1	2						
A	○	○			2=		1	0	
B	○	○			2=		1	0	
C	○	○			2=		1	0	
D	○	○			2=		1	0	
E	○	○			+ 2=		1	0	
							5	0	

(6)若是 $2 \times 6$ (下圖左), 對先手而言是安全, 即先手確定獲勝;若是 $6 \times 2$ (下圖右), 對先手一樣安全, 因其屬2個 $2 \times 2$ 。

	1	2	3	4	5	6				
A	○	○	○	○	○	○	6=	1	1	0
B	○	○	○	○	○	○	+ 6=	1	1	0
								2	2	0

		1	2							
A	○	○					2=		1	0
B	○	○					2=		1	0
C	○	○					2=		1	0
D	○	○					2=		1	0
E	○	○					2=		1	0
F	○	○					+ 2=		1	0
									6	0

(7)其他奇數魔方陣, 對先手而言是不安全, 即先手會落敗。

	1	2	3					
A	○	○	○	3=		1	1	
B	○	○	○	3=		1	1	
C	○	○	○	+ 3=		1	1	
						3	3	

		1	2	3	4	5				
A	○	○	○	○	○	5=	1	0	1	
B	○	○	○	○	○	5=	1	0	1	
C	○	○	○	○	○	5=	1	0	1	
D	○	○	○	○	○	5=	1	0	1	
E	○	○	○	○	○	+ 5=	1	0	1	
							5	0	5	

由以上可推若是先手造成 $2 \times n$ , 且 $n > 1$ , 對先手而言是安全, 即先手確定獲勝;

若是先手造成  $m \times 2$ ， $m$  為偶數，先手安全，先手贏， $m$  為奇數，先手不安全，先手輸。

進而可推論：

$m \times n$  的圖形，若  $m$  為偶數，該棋局是安全的，先手不利；

若  $m$  為奇數， $n$  為偶數，該棋局是不安全的，先手有利；

若  $m$  為奇數， $n$  為奇數，該棋局是不安全的，先手有利。

#### 五、結論與生活應用

- 1.藉由數學遊戲之討論了解數學之二進位制概念，並利用此概念應用在生活中。
- 2.利用數學之座標概念，探討遊戲棋局之可能性，歸納出必勝之策略。

#### 六、參考資料

拈及其各種變形遊戲，張鎮華，《數學傳播》第三卷第二期，1978

先下手為強?---搶 30，吳浩丞、謝諺璋、楊鈞皓，中華民國第 57 屆中小學科學展覽會，2017

手到「拈」來，林霽茹、陳竹誼、顏貝羽，2019

拈遊戲 <https://wiki.jsswsq.com/index.php?title=%E6%8B%88%E6%B8%B8%E6%88%8F&variant=zh-tw>

，2022