

題目名稱:給我滾遠點!橡皮筋!

摘要:

對於橡皮筋射出後的滾動激發我們對於其彈射飛行的研究動機與興趣。本研究中,以慢速攝影捕捉不同橡皮筋發射器發射後的橡皮筋飛行情形,並以探討在過程中力的變化,並實際測量不同發射角度對於彈射距離與滾動距離的影響。研究結果顯示,因為發射台的中柱而形成力矩,提供了橡皮筋的轉動動能;另外,150度的發射器的彈射距離最遠、120度的滾動距離最遠,加總距離亦是120度最佳。

探究題目與動機:

我們在找科展題材的時候,發現了「奔跑吧!橡皮筋」這篇文章,想說橡皮筋不都是用飛的嗎,怎麼會用跑的?讓我們感到非常好奇。

我們看了一下他們的報告,就開始想:為什麼橡皮筋落地時會用滾的,而不是用滑的?過程中它的力的變化到底是如何?有沒有其他辦法可以讓橡皮筋跑得比報告中所寫的還遠呢?

這麼多的問題,讓我們更想去了解其中的「奔跑」的奧秘,所以我們就開始研究。我們發現不同的角度會影響槍射出的橡皮筋的彈射距離、滾動距離。所以我們想去探究不同角度對於彈射距離、滾動距離的影響,因此才有了以下幾個問題:

- 一、為什麼橡皮筋會滾動?
- 二、橡皮筋發射到落地時的力的變化是如何?
- 三、在哪個角度下橡皮筋可以滾得最遠?

研究過程、方法

研究一:為什麼橡皮筋會滾動?

(一)研究內容:

1. 分析橡皮筋的力在射出時,是因哪個力導致橡皮筋產生旋轉。

(二)實驗過程:

1. 發射橡皮筋:

- (1) 橡皮筋裝上發射器時,先把橡皮筋的一端裝在發射器的前端,然後把橡皮筋的另一端裝在板機上,如圖1所示。

- (2) 將橡皮筋的中間拉起,掛在中柱上,如圖2。

- (3) 扣下板機射出橡皮筋。

2. 將發射時的過程錄成慢動作,觀察後繪出力圖。3. 分析各方向的力,探討造成旋轉的原因。

研究二：橡皮筋發射到落地時的力的變化是如何？（一）研

究內容：

1. 測量橡皮筋的受力大小。
2. 分析橡皮筋從發射到落地的變化。
3. 分析橡皮筋從發射到落地、停止之力的變化。

（二）實驗過程：

1. 測量橡皮筋的受力。

(1) 參考「奔跑吧！橡皮筋」這篇作品，了解他們用的橡皮筋是直徑 4.8cm，且橡皮筋拉長為 37.25 cm 時的彈射距離最遠；而我們使用的橡皮筋直徑為 2.2cm，依等比例 1: 0.45 縮小，推算橡皮筋長度為 16.8cm 時，彈射距離應該最遠。故本研究中的橡皮筋之長度皆設計成拉長為 16.8cm。

(2) 使用彈簧秤測量橡皮筋拉到 16.8 cm 時的受力(圖 3)：a. 先拿一個彈簧秤、一些橡皮筋、一把 30cm 的尺跟一根竹筷。b. 先將橡皮筋掛在彈簧秤前面，然後開始拉，將橡皮筋拉到 16.8cm，紀錄彈簧秤上面顯示的受力(gw)。

c. 重複測量 20 次並取平均。

2. 將發射過程錄成慢動作，觀察並進行力的分析後繪製成圖。3. 測完受力平均大小，並對應力圖分析後，探討橡皮筋從發射到落地、停止之力的變化。

研究三：在哪個角度橡皮筋可以滾得最遠？

（一）研究內容：

1. 做四個夾角角度不同(60 度、90 度、120 度、150 度)的橡皮筋發射器(圖 4)。
2. 利用製作完成之橡皮筋發射器進行橡皮筋發射，測量並計算橡皮筋滾動的平均距離。

（二）實驗過程：

1. 為減少誤差，先測量橡皮筋的平均重量。

2. 測量平均彈射距離：

(1) 拿做好的四把橡皮筋發射器(60 度、90 度、120 度、150 度)、椅子、1000cm 的皮尺。

(2) 先將皮尺拉到最長，再來把皮尺上的零對準椅子的起點(前椅腳)，發射器放到椅子上，前端平面與椅子的第一個木條平行。(3) 用四把發射器分別發射橡皮筋，利用綠豆來看落地的彈射點(圖 5)，藉以測量橡皮筋落地時的彈射距離，重複十次後計算出平均彈射距離。

3. 測量平均滾動距離：

- (1) 測完彈射距離後，測量橡皮筋從射出點到停止點的距離，重複測量十次取平均；
- (2) 將「射出到停止點的平均總距離」減掉「彈射平均距離」，即為「滾動平均距離」。

實驗結果與討論

研究一：為什麼橡皮筋會滾動？

- (一) 藉由慢速攝影觀察橡皮筋飛出之狀態(圖 6)
- (二) 分析造成橡皮筋旋轉的原因：

根據慢動作得知，發射時滾動主要將產生圖 7 中的 a 及 b 力，因為 a 力出去時受到中柱的影響，形成了力矩，造成了旋轉，所以橡皮筋才會向前滾動。

研究二：橡皮筋發射到落地時的力的變化是如何？

- (一) 測量橡皮筋的受力大小。

我們將實測的結果整理成表 1，並繪製成圖 8。結果顯示在 20 次測量中，將直徑 2.5 cm 的橡皮筋拉長到 16.8 cm 時，橡皮筋受力大小約為 800.0~1000.0gw，平均為 875.0gw、標準差為 62.2gw。

- (三) 根據慢速攝影的結果，我們畫出下圖解釋力的變化：

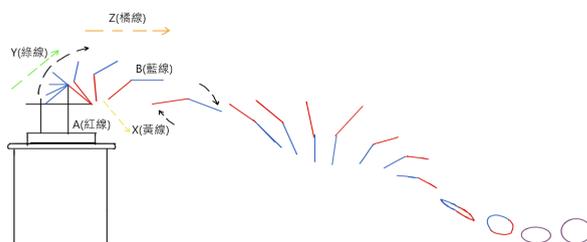


圖 9 橡皮筋慢速攝影結果分解圖

1. 橡皮筋轉動的方式，如圖 9，解釋如下：

- (1) B 力(藍線)在發射時受到中柱的牽扯，形成了力矩，力矩造成了橡皮筋出去時的旋轉。
- (2) 橡皮筋出去時 A 力(紅線)受到 B 力牽扯飛出，因為 A 力[運動方向 X(黃線)]帶動 B 力[運動方向 Y(綠線)]，Y 運動時受到 X 的向下牽扯造成了運動方向 Z(橘線)，所以橡皮筋才會以水平飛出，而不是向上飛出。
- (3) B 的橡皮筋對 B 段提供能量，幫助加速，通過中柱上方之後，B 的速度較快，A 的速度較慢，上緣與下緣速度不同，相對於橡皮筋中心點就有旋轉的表現，如同車輪轉動一樣。
- (4) 飛出的過程中，A 力跟 B 力都是向同一方向旋轉，在空中時還會受到空氣阻力的影響導致向前動能減少。
- (5) 橡皮筋在空中旋轉後落地，橡皮筋的旋轉動能因地板的摩擦力而持續減少，直到旋轉動能因摩擦力消耗而停止滾動。(6) 根據上方的分析得到圖 10: B1 向前延伸的力為 B2，因為支點在發射器前端的關係

產生了跟 A 垂直的力 B'1 及分力 B'2, 其中 B2 為 B'1 跟 B'2 的合力。因 B'2 與 A 平行, 再將 B'2 移成 B'3(B'2 = B'3) 形成合力, 而此合力又可分解為 C1 + C2, 所以橡皮筋在發射出去時有 C1(向下的力)跟 C2(向前的力), 所以說 C1、C2 是影響彈射距離的關鍵(向前動能), 而 B'1、B'2 是影響旋轉的關鍵(轉動動能)。

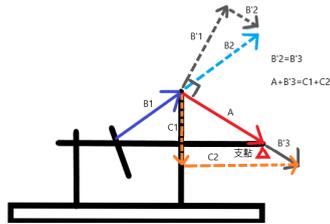
圖 10 發射器與橡皮筋受力分析圖

(7) 另外, 已知橡皮筋所提供之平均彈力為 875gw, 且由 2.2cm 拉伸至 16.8cm, 拉伸量為 0.146m, 藉由虎克定律可以推算實驗中橡皮筋 k 值

$$K = \frac{0.875gw \times 9.8N}{0.146m} = 58.73N/m$$

再藉由彈力位能公式

$$E_p(x) = \frac{1}{2}kx^2$$



可以算出橡皮筋射出時的彈力位能大小

$$U = \frac{1}{2} \times 58.73 \times (0.146)^2 = 0.626 \text{ 焦耳}$$

$$E_k = \frac{1}{2}mv^2$$

再藉動能公式

可算出, 橡皮筋在發射時, 如空氣阻力忽略不計, 則以平均橡皮筋重量為 0.184g 計算

$$0.626 = \frac{1}{2} \times 0.000184 \times V^2$$

速度 v 約可到達 82.49m/s

2. 我們了解力的變化後畫出了圖11~圖14

因為每一把發射器的 A + B1 都為橡皮筋拉長 16.8cm, 所以每把發射器上橡皮筋的彈力位能(轉換成向前動能+旋轉動能)都是相同的, 但是發射器的角度會影響到中柱跟發射器前端、板機的長度, 進而影響到 C 的長度(A + B1 的合力)。

我們原本先假設支點在中柱的上面, 結果發現如果支點在中柱上的話, 則力矩為 0; 如果支點在發射器前端的話, 那出去時的力就是垂直 A 的力。

而如果 A 跟 B1 是同時發力的, 則角度越大, 合力越大。但是 A 跟 B1 因發射時的作動不是同時的, 所以 B1 的部分力將提供轉動動能。

研究三：何種角度橡皮筋可以滾得最遠？

(一)測量橡皮筋的平均重量

實際測量十次，其結果如表 2 所示。每條橡皮筋的重量介於 0.16~0.22 公克之間，平均為 0.184 公克，標準差為 0.02。顯示橡皮筋重量差異不大，可忽略不同橡皮筋之間的差異。

(二)彈射距離：

我們根據彈射 10 次的結果，計算出平均與標準差，整理成表 3，並製作成圖 15。

結果顯示 60 度的彈射距離介於 90.0~110.00cm 之間，平均為 99.0cm，標準差為 6.1cm；90 度的彈射距離介於 90.0~120.0cm 之間，平均為 101.0cm，標準差為 8.8cm；120 度的彈射距離介於 180.0~195.0cm 之間，平均為

185.0cm，標準差為 5.8cm；150 度的彈射距離介於 300.0~315.0cm 之間，平均為 308.0cm、標準差為 5.9cm。

將測量結果製作成圖 16，可以發現彈射平均距離：150 度 > 120 度 > 90 度 > 60 度。也就是發射器角度越大，彈射距離越遠。而其中，90 度與 60 度平均距離僅差異 2cm。由上述研究二中可以推知，角度愈大，彈射向前的動能將隨之變大。

(三)滾動距離：

我們根據彈射 10 次的結果，計算出平均與標準差，整理成表 4，並製作成圖 17。

結果顯示 60 度的滾動距離介於 390.0~510.00cm 之間，平均為 449.50cm，標準差為 44.6cm；90 度的滾動距離介於 800.0~910.0cm 之間，平均為 867.0cm，標準差為 47.7cm；120 度的滾動距離介於 990.0~1290.0cm 之間，平均為 1116.0cm，標準差為 96.3cm；150 度的滾動距離介於 780.0~990.0cm 之間，平均為 851.50cm，標準差為 75.2cm。

將測量結果製作成圖 18，可以發現滾動平均距離是 120 度 > 90 度 > 150 度 > 60 度。也就是發射器角度越大，滾動的距離不一定越遠，而是 120 度最遠。

我們將橡皮筋從飛出旋轉、落地滾動到停止的距離整理成表 5，並製作成圖 19、圖 20。

由圖 20 可知，雖然 150 度發射器的橡皮筋彈射距離最遠，而 120 度發射器所發射之橡皮筋滾動距離最遠，且彈射加總滾動距離後，120 度亦是總距離最遠的。如研究二所推測，90 度所形成的力矩應該是最大的，但在滾動的測試上並

未有最好的滾動距離，僅排至第 2 位。進一步回到圖 10 的力圖拆解中，可以發現 60 度的 B'2 將抵消 A 力，造成彈射向前的力降低，而 150 度則是在 B'1 中因角度關係，而有較低的轉動力矩。因此，藉由實測可以發現除了旋轉的力矩外，亦需要向前的動能，才能提供橡皮筋在落地後具備向前能量。

實驗結論

- 一、橡皮筋會在空中旋轉、落地後滾動，是因為橡皮筋發射器的設計中，中柱的支撐而形成了力矩，亦即橡皮筋受到非平行的兩個力作用所致。
- 二、橡皮筋發射時，因上與下緣速度不相同，就發生了轉動；在飛行時因空氣阻力、滾動時則因為地板的摩擦力而減少橡皮筋的轉動動能；直到轉動動能因摩擦力而消弱，最後才停止滾動。
- 三、150 度的橡皮筋發射器可以使橡皮筋彈射最遠；而 120 度的橡皮筋發射器，除了使橡皮筋滾動最遠，亦為加總距離最遠的發射器。在彈射距離上與預測相同，但滾動距離不同，顯示形成力矩的大小僅表示其在飛行時有較佳的旋轉，但在落地後，尚有整個向前進的動能變化而致使滾動距離未必最遠。
- 四、展望：因本研究中的實驗設計關係，致使橡皮筋飛行速度過快（瞬時速度可能達 82m/s），而難以捕捉其在空中的轉動部分，並進一步推算其動能變化，未來研究可朝此方法進行改進，以能量的散失而造成滾動距離縮短的現象進行分析探討。

參考資料

- 一、<https://twsf.ntsec.gov.tw/activity/race-1/57/pdf/080112.pdf> 奔跑吧!橡皮筋～
- 二、<https://zh.wikipedia.org/zh-tw/%E5%8A%9B%E7%9F%A9> 維基百科-力矩