

【2021 全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

國中組 成果報告表單

題目名稱：追根究柢

一、摘要：

看到哥哥拿著大考中心 108 課綱試辦學測數學科 A 卷試題上的一個題目，很感興趣，便著手研究，便著手研究，利用三角函數與正弦定理，就可以求得長度，第五個選項說要找到一個 a ，使得 $\triangle ABC$ 有一個外接圓半徑為 2021。

9. 在 $\triangle ABC$ 中，已知 $\overline{AB} = 2$ ， $\overline{AC} = 3$ ，且 $\overline{BC} = a$ 。試選出正確的選項。

(1) $a > 1$

(2) 若 $\triangle ABC$ 為鈍角三角形，則 $a > \sqrt{13}$

(3) 可以找到一個 a ，使得 $\angle B < \angle A < \angle C$

(4) 可以找到一個 a ，使得 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 $\sqrt{2}$

(5) 可以找到一個 a ，使得 $\triangle ABC$ 的外接圓半徑為 2021

二、探究題目與動機

題目給定三角形兩邊長為 2、3 使得 三角形 的外接圓半徑為 2021，直覺上由於邊長與外接圓半徑數據差太大感覺不可思議，而題目的假設是純理論，如果真的存在那外接圓與三角形到底長甚麼樣子?於是基於好奇心與探究的精神開始了本次的活動。

三、探究目的與假設

透過原始題目的敘述我們需要想辦法找到一個三角形與其外接圓符合條件，

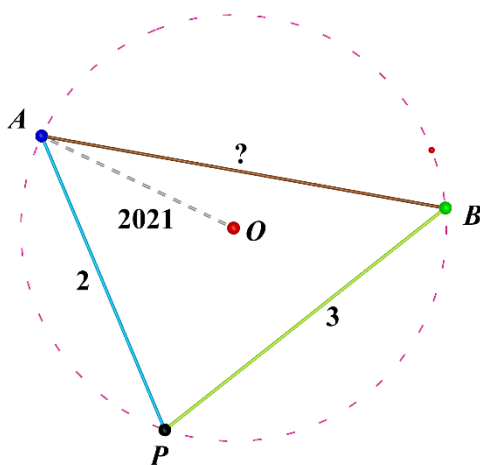


Fig.1

四、探究方法與驗證步驟

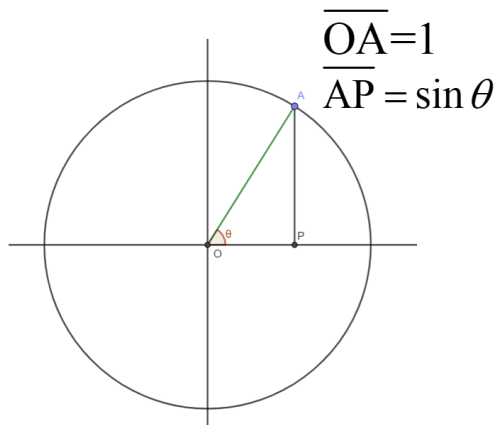
步驟一、

三角函數

1. 三角形六元素

2. 三個邊、三個角

3. 在全為角的情形下，六個知道其中三個就可推出其他三個



$$\sin \theta = \frac{opp}{hyp}$$

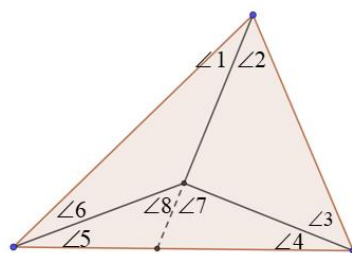
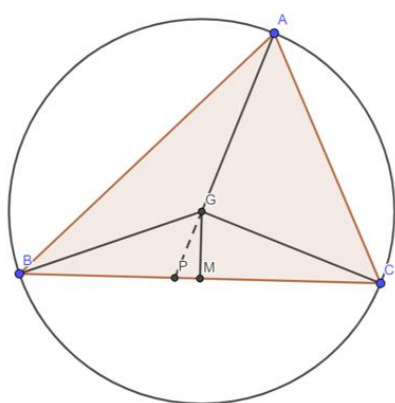


步驟二、

正弦定理

$$\frac{a}{\sin A} = \frac{b}{\sin B} = \frac{c}{\sin C} = 2R$$

$$\begin{aligned} \angle BGC &= \angle 7 + \angle 8 = (\angle 1 + \angle 6) + (\angle 2 + \angle 3) \\ &= 2\angle 1 + 2\angle 2 \\ &= 2(\angle 1 + \angle 2) \\ &= 2\angle A \\ &= 2\angle BGM \end{aligned}$$



$$\begin{cases} \angle BGM = \angle A \\ \overline{BM} = \frac{a}{2} \\ \overline{BG} = R \end{cases}$$

$$\therefore \sin \angle A = \sin \angle BGM = \frac{a}{2R}$$

$$\sin \angle A = \frac{a}{2R}$$

$$2R = \frac{a}{\sin \angle A}$$

步驟三、
帶回原題

$$\frac{2}{\sin C} = \frac{3}{\sin B} = \frac{a}{\sin A} = 2R = 4042$$

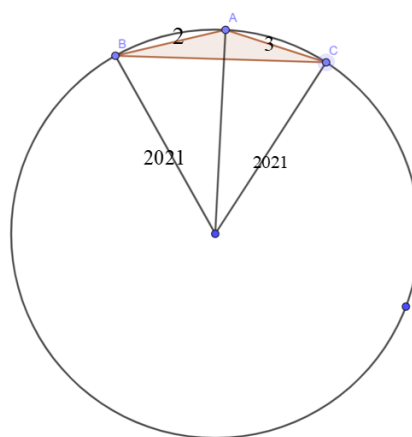
$$\begin{cases} \sin C = \frac{2}{4042} = \frac{1}{2021} \rightarrow \\ \sin B = \frac{3}{4042} \end{cases}$$

$$\begin{cases} \angle C = \sin^{-1}\left(\frac{1}{2021}\right) = 0.0004948045724 \\ \angle B = \sin^{-1}\left(\frac{3}{4042}\right) = 0.0007422068964 \end{cases}$$

$$\begin{aligned} \angle A &= \pi - \angle B - \angle C \\ &= 3.140355642121 \end{aligned}$$

$$\therefore \frac{a}{\sin A} = 2R$$

$$\begin{aligned} \therefore a &= 2R \times \sin A \\ &= 4.999999082 \end{aligned}$$

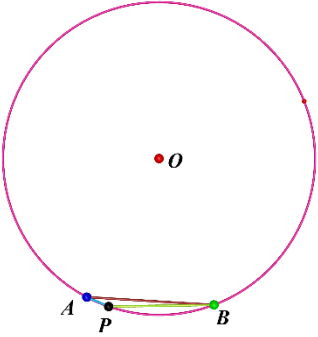
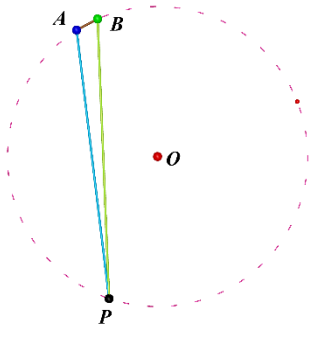


五、結論與生活應用

阿蘇破火山口(平均半徑 20210m) 在火山口上量一邊 20 公尺，一邊量 30 公尺，其外接圓為整個火山口



由於科技的進步測距儀的應用便是本研究在現實生活上的體驗，而本題目的數據以生活實例而言像是在距離緊迫的條件下需要測量大型建築物的長度，根據我們的研究可以發現，由於三角函數的正弦定理，不論是距離緊迫夾角很大，或是距離很遠角度很小都可以推算出目標長度(如下表格)

| 角度很大 | 角度很小 |
|---|--|
|  |  |

生活應用：

測距儀:一個點和測距儀到另一點之間，所夾的角度，利用三角函數中的正弦定理，即可求得兩點間的距離。

日本實得(PENTAX) R-1505N免稜鏡全站儀

- 5秒精度
- 免稜鏡達500公尺
稜鏡達3000公尺
- 雷射導引光
- 圖型化操作介面
- 圖型化電子氣泡
- 雷射對心器



90年製造工藝

免稜鏡500公尺
稜鏡3000公尺



ISO國際品質管理



Member organization of the Japan Surveying Instrument Manufacturers Association representing the high quality surveying products.

「日本測量儀器製造商協會」認證會員

參考資料

1. 趣味數學 | 通過圖形通俗理解日常生活中的三角函數實際應用

<https://ppfocus.com/0/ed7ace3ea.html>

2. 三角函數-學來幹嘛? 重點是你將來想做甚麼

<https://www.strongpilab.com/trigonometric-why-to-learn/>

3. 三角函数的前 13 个应用

<https://zh1.warbletoncouncil.org/aplicaciones-trigonometria-4388>