

【2022 科學探究競賽-這樣教我就懂】

高中(職)組 成果報告表單

題目名稱：摩擦摩擦在這光滑的地面摩擦——以 Tracker 分析物體加速度來探討兩物體之間的動摩擦係數

一、摘要：

本次實驗利用書本和木板搭建出可調節角度的斜面裝置，並以斜面角度變化作為變因。利用軟體分析並觀察物體的 V-t 圖，並且反推出物體的加速度及動摩擦係數。最後發現動摩擦係數的理論值介在 0.2-0.5 之間，因此本次實驗結果與預期相符。

二、探究題目與動機

在高二的物理課程中，我們接觸到摩擦力與動靜摩擦係數的相關課程，在習作中常遇到在告知動摩擦係數的條件下，要求算出物體加速度大小這一類型的題目，但是動摩擦係數要如何測量呢？課本並沒有太多的說明，因此在學習完如何使用 Tracker 軟體之後，我們想試試利用反推的方法，先求出物體的加速度，再利用 $F=ma$ 的公式，由實驗的方法來求出兩物體接觸面之間的動摩擦係數，並從實驗過程中更加了解動摩擦係數。

三、探究目的與假設

(一)目的:

1. 拍攝物體在斜面上的運動影片，以 Tracker 軟體分析影片，找到物體的加速度大小。
2. 探討在不同角度時的物體加速度大小與角度之間的關係。
3. 以不同角度時的加速度，反推出兩接觸面之間的動摩擦係數。

(二)實驗假設:

我們以斜板當作接觸面 A，手機盒底部當作接觸面 B，將 A 與 B 的接觸面材質固定不變，提高斜板讓 A 與 B 有相對運動，改變不同的傾斜角度進行實驗。因為兩接觸面材質不變，預期所量測出來的動摩擦係數 μ_k 不會因為斜板的角度的變化而改變。

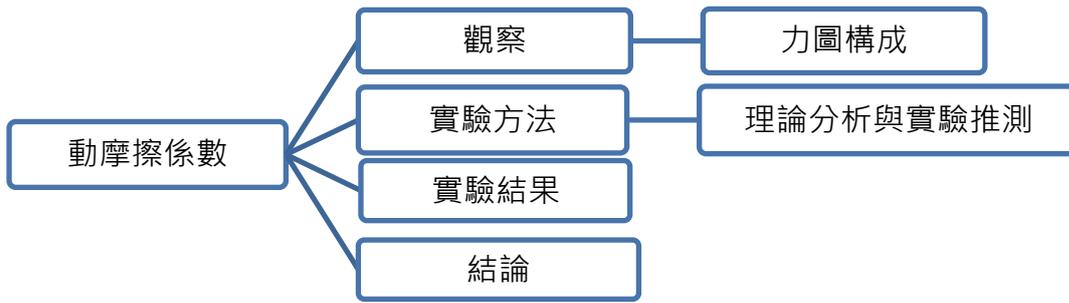
控制變因	測量的手機、測量的物體、斜面、測量的儀器、滑落起始點
操縱變因	斜面傾斜角度
應變變因	加速度

1. 斜面角度越大，物體的加速度也越大。
2. 斜面角度改變不會影響動摩擦係數的大小。

四、探究方法與驗證步驟

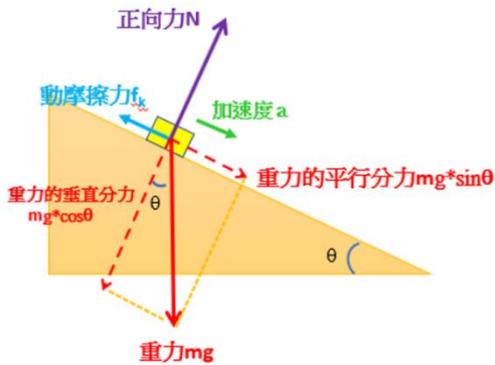
(一)探究方法

先查詢兩接觸面之間動摩擦係數的理論值（木材 - 木材之間的動摩擦係數 μ_k 為 0.2~0.5），並進行物體在粗糙斜面上的受力分析，得到動摩擦係數的計算公式，再經過觀察物體運動的變因分析後設計實驗步驟，接著進行實驗拍攝影片，由 Tracker 與 Excel 進行數據分析，最後由所得的實驗結果驗證動摩擦係數不會因為傾斜角度的變化而改變。



圖一：研究架構(圖片來源：研究者繪製)

理論推導 1:物體在斜面上的運動受力分析，找出角度 θ 與加速度的 a 關係。



$$\text{動摩擦力 } f_k = \mu_k \times N = \mu_k \times mg \times \cos \theta$$

由合力 $F=ma$ 列式

$$\Rightarrow mg \times \sin \theta - \mu_k \times mg \times \cos \theta = ma$$

$$\Rightarrow g \times \sin \theta - \mu_k \times g \times \cos \theta = a$$

隨著斜板角度 θ 的增加， $\sin\theta$ 會變大， $\cos\theta$ 會變小，又因為物體與斜面的材質固定，動摩擦係數 μ_k 不會改變，所以預期物體的加速度 a 會隨著角度增加而變大。

理論推導 2:動摩擦係數 μ_k 的計算

由合力 $F=ma$ 列式

$$\Rightarrow mg \times \sin \theta - \mu_k \times mg \times \cos \theta = ma$$

$$\Rightarrow g \times \sin \theta - \mu_k \times g \times \cos \theta = a$$

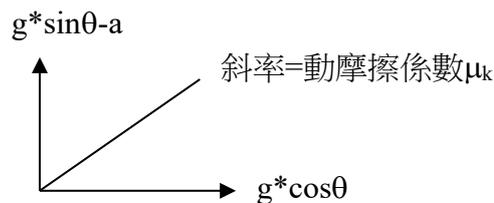
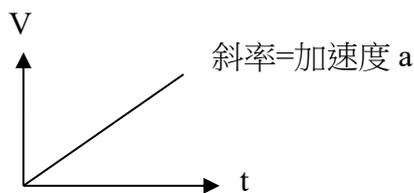
$$\Rightarrow g \times \sin \theta - a = \mu_k \times g \times \cos \theta$$

$$\Rightarrow \mu_k = (g \times \sin \theta - a) / g \times \cos \theta$$

☞利用 Tracker 及 Excel 找出加速度 a 之後，就可帶入上式求出動摩擦係數 μ_k 的大小

理論推導 3:由圖形的斜率找出物理的加速度 a 及動摩擦係數 μ_k

(1) V-t 圖的斜率意義是加速度 a (2)($g \times \sin \theta - a$)與 $g \times \cos \theta$ 的圖形斜率是動摩擦係數 μ_k

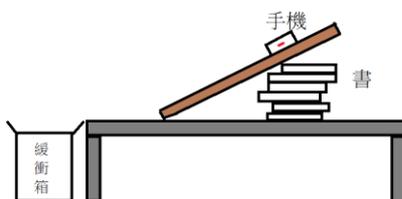


(二)實驗器材

手機(用來錄製影片)、手機盒、巴爾沙木木板、防撞泡棉箱、書本(方便改變斜面角度)、粗糙木製斜面、強力黏土(用來組合物體)、電工膠帶(標示滑落起始點與物體分析點)。

(三)實驗裝置設計

利用書本及粗糙木製斜面搭建出可調節角度的簡易斜面以及手機、手機盒與巴爾沙木的木板組成的裝置，模擬裝置自由下滑的加速度並反推兩固定材質之間的動摩擦係數。



圖二：實驗裝置設計圖(圖片來源：研究者繪製)

(四)實驗步驟

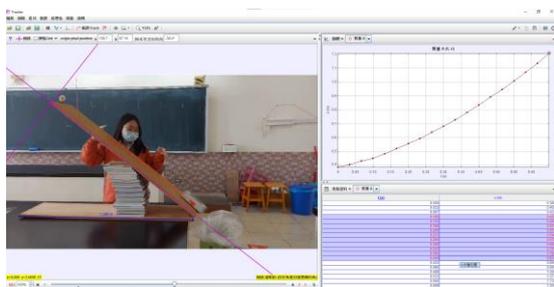
- 1.由手機、手機盒與巴爾沙木的木板組成裝置。
- 2.將裝置放置於粗糙木製斜面上的滑落起始點。
- 3.調整角度後將物體放置於起始點使其自由滑落。
- 4.架一台手機以水平方式錄影滑落過程，並利用 Tracker 軟體分析測量物體的加速度。
- 5.改變斜板角度，重複上述步驟 1 ~ 步驟 4。斜板角度分別為 33 度、35 度、37 度、38 度、39 度、41 度、42 度、43 度、45 度、48 度，每個角度錄製五次。



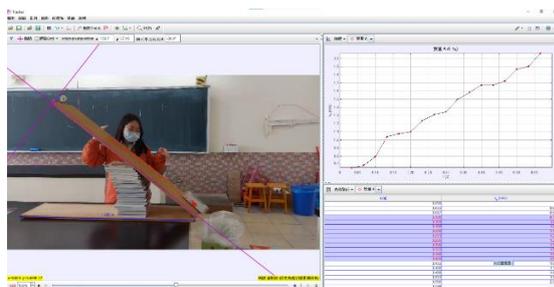
圖三：實驗步驟流程(圖片來源：研究者繪製)

(五)實驗數據分析

- 1.用 Tracker 軟體分析物體在斜面上的加速度

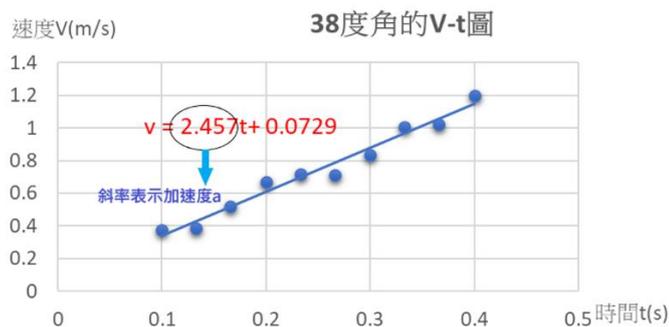


圖四：Tracker 分析影片(X- t 圖)



圖五：Tracker 分析影片(V- t 圖)

2.將 Tracker 收集到的速度、時間數據，複製到 Excel 中進行分析，畫出 V-t 圖得趨勢線，V-t 圖的斜率意義是加速度 a，利用斜率找出不同角度時的加速度 a 大小



圖六：Excel 畫出的散佈圖(V-t 圖)，由趨勢線的斜率找加速度 a

表一:10 種角度的加速度及平均加速度

斜面取10種角度，每種角度做5次實驗，找出不同角度下的物體平均加速度

角度(°)	33度	35度	37度	38度	39度	41度	42度	43度	45度	48度
第1次	1.8363	1.2502	2.0952	1.7935	2.2254	3.1916	2.8307	3.1795	3.9621	4.029
第2次	1.3595	2.1229	1.9792	2.5248	2.4216	2.2411	3.0432	3.2946	3.7607	3.8919
第3次	1.8223	2.3929	2.0768	2.2496	2.5278	3.3197	2.8518	2.981	3.5662	3.3757
第4次	1.556	2.1485	2.3114	2.457	3.1676	2.456	3.4284	3.2813	3.4014	4.6154
第5次	0.9185	2.7036	2.4009	2.6905	2.3314	3.1916	3.1139	3.8025	3.5788	4.2509
平均加速度	1.4985	2.1236	2.1727	2.3431	2.5348	2.8800	3.0536	3.3078	3.6538	4.0326

由表一可知，斜面角度越大，物體的加速度越大，符合實驗假設的預期。

3.用 Excel 計算動摩擦係數 μ_k

表二:10 種角度的加速度、動摩擦係數 μ_k

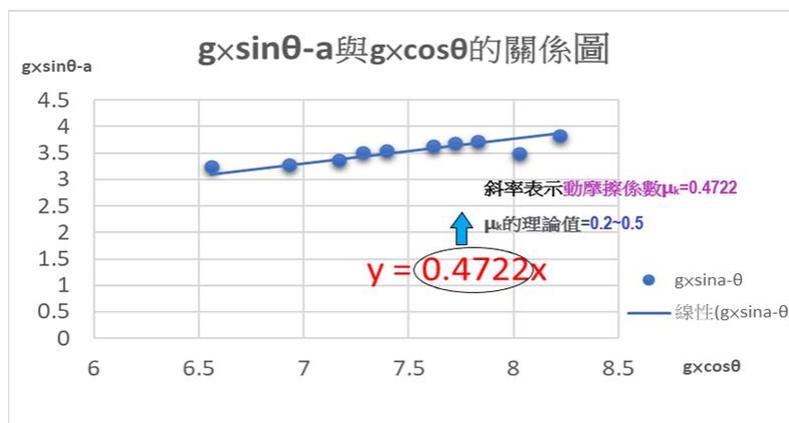
$$\mu_k = (g * \sin\theta - a) / g * \cos\theta$$

角度 θ (°)	加速度a (m/s ²)	$g * \sin\theta - a$	$g * \cos\theta$	$\mu_k = (g * \sin\theta - a) / g * \cos\theta$
33	1.4985	3.8390	8.2190	0.4671
35	2.12362	3.4974	8.0277	0.4357
37	2.1727	3.7251	7.8266	0.4760
38	2.34308	3.6904	7.7225	0.4779
39	2.53476	3.6326	7.6160	0.4770
41	2.88	3.5494	7.3962	0.4799
42	3.0536	3.5039	7.2828	0.4811
43	3.30778	3.3758	7.1673	0.4710
45	3.65384	3.2758	6.9296	0.4727
48	4.03258	3.2502	6.5575	0.4957

↓ 角度 θ
 ↓ 加速度a
 ↓ 動摩擦係數 μ_k

由表二看出，輸入角度與將加速度之後，由 $\mu_k = (g \cdot \sin\theta - a) / (g \cdot \cos\theta)$ 的運算式，可得其動摩擦係數，範圍在 0.4357~0.4957 之間。

4.用 Excel 找出趨勢線求 μ_k



圖七： $(g \times \sin \theta - a)$ 與 $g \times \cos \theta$ 的散佈圖

由圖七中的趨勢線斜率可看出動摩擦係數 μ_k 為 0.4722，落在理論值 0.2~0.5 的區間內。

5. Tracker 數據結果與理論值的比較

表三:10 種角度的加速度、動摩擦係數 μ_k 、 μ_k 理論值

2接觸面材質	斜板傾斜角度	數據取得方式	加速度 (m / s ²)	動摩擦係數 μ_k	μ_k 理論值
木材 - 木材 (無潤滑)	33°	Tracker	1.4985	0.4671	0.2~0.5
	35°		2.1236	0.4357	
	37°		2.1727	0.4760	
	38°		2.3431	0.4779	
	39°		2.5348	0.4770	
	41°		2.8800	0.4799	
	42°		3.0536	0.4811	
	43°		3.3078	0.4710	
	45°		3.6538	0.4727	
	48°		4.0326	0.4957	

從表三的實驗結果可得知：

- 1.角度越大，加速度越大，符合預期。
- 2.角度改變，不影響動摩擦係數，動摩擦係數在 0.4357~0.4957 之間，變動不大。
- 3.測量出來的動摩擦係數在理論值 0.2~0.5 的範圍內，測量結果符合預期。

五、結論與生活應用

(一)結論

這次的實驗過程，我們透過影像分析軟體 Tracker，用描點的方式分析物體的運動，再由 Excel 畫散佈圖(V-t 圖)，利用趨勢線的斜率找加速度，再代入動摩擦係數的公式求得兩接觸

面之間的動摩擦係數，並再次以趨勢線的斜率驗證動摩擦係數確實符合理論值。

我們的研究假設是斜面角度越大，加速度也越大，而相同的二物體因為材質固定，動摩擦係數應該不會改變。從此次實驗結果可得知，斜面角度越大，加速度越大；而角度的改變，並不會影響動摩擦係數，所測量出來的動摩擦係數也在理論值的範圍內，代表我們的實驗測量結果符合預期的假設，可以用這種實驗方式測量出兩接觸面之間的動摩擦係數。因此得出以下結論：

- 1.桌面與木板之間夾角越大，物體滑落加速度越大。
- 2.實驗結果顯示木頭間的摩擦係數符合參考數據。

(二)研究建議

- 1.使用木板時可用砂紙磨粗表面，較接近真實木材的磨擦係數。
- 2.如果要同時使用手機內的 APP (如 Phyphox) 同步測量手機的加速度，做為比較的依據，在架設實驗裝置時，建議物體滑落的末端可以用木板擋住，相較於手機下墜直接墜落在裝有泡棉的盒子上，手機撞到木板的反彈現象更可清楚判斷運動過程的加速度數據，對於數據分析具有極大的幫助。
- 3.依據影像判讀的分析，數據呈現較集中且變異度變小的分布，代表利用影像軟體 Tracker 分析相較於肉眼判斷及量測，可以更準確地來做為動態物理運動分析。

(三)生活中的應用

行駛車輛的坡道是一種常見的斜面；卡車裝載大型貨物時，常會在車尾斜搭一塊木板，將貨物從木板上往上推，所應用的也是斜面的理論。樓梯：建築物中作為樓層間垂直交通用的構件。用於樓層之間和高差較大時的交通聯絡。在設有電梯、自動梯作為主要垂直交通手段的多層和高層建築中也要設定樓梯。登機橋：機場用以連線候機廳與飛機之間的可移動升降的通道。每個機場都有多個登機橋位，就是連線候機樓和飛機艙門的橋。一端連線候機樓的某個登機口，一端扣在飛機艙門上，旅客由對應登機口進入飛機。與登機橋相同作用的還有客梯車，客梯車在乘客上下飛機時將梯口對準飛機艙門。盤山公路：是指盤繞山體修築建造的公路，屬於山路的一種型別。盤山公路主要在山嶺重丘地帶中建設，在平原微丘崎嶇區域中也有鋪設。

參考資料

理查·費曼(2007)。費曼物理學講義第一部 (2) 力學、輻射與熱。天下文化出版社。

網路資料：

王一哲(2020年6月11日)。Tracker 教學。<https://hackmd.io/@yizhewang/HkM1Eh0NE>

楊仲準(無日期)。Tracker 軟體安裝與使用教學。

<http://c002.ndhu.edu.tw/ezfiles/25/1025/img/1231/581613291.pdf>

中文百科(無日期)。各種材料摩擦係數表。

<https://www.newton.com.tw/wiki/%E6%91%A9%E6%93%A6%E4%BF%82%E6%95%B8>