

【2022 全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

教師組 教案表單與學習單

教案設計者： 陳其威
課程領域：
<input checked="" type="checkbox"/> 物理 <input type="checkbox"/> 化學 <input type="checkbox"/> 生物 <input checked="" type="checkbox"/> 地球科學 <input type="checkbox"/> 科技領域 <input type="checkbox"/> 其他_____
教案題目：
以「管」窺天-電子羅盤測距儀
授課時數：
6 節 (2+2+2)，不合同學報告時間
教案設計理念與動機：
<p>新課綱即將走完一輪，不同的評論似乎都有，以探究與實作的課程來說，的確是讓同學們真的有不少時間自己動手操作的過程，不只培養動手做的能力，更是實踐了發現問題、提出假設、建模與論證等，不只讓同學學到科學素養，更是培養科學的研究方法！漸漸發現，老師們也很願意花許多時間準備實作課程，若來年要繼續開課，也漸漸變得駕新就熟，而學生在學習方面，的確能夠加深印象，並增加許多手作的技能，這也是新課綱強調的。</p> <p>在本篇的教案設計中，以量測距離的概念出發，運用數學的三角函數，最後讓同學們親自操作，用不同的方式量測，比較它們之間的差異。馬路上常看到有工作人員使用三腳架似乎在觀測什麼，一般都是在量測到路之間的距離，用到基本的三角函數，也可以分析我們要量測的距離，但如何量測的「準」呢？因此介紹了傳統的測遠儀、數位水平儀量測、數位羅盤量測等，從實驗的角度出發觀察他們之間的差異，最後讓同學討論各種量測的優缺點，並發輝創意用其他不一樣的方式探究。</p> <p>器材的準備也很方便，主要器材有手機、鏡子、棉線、量角器、直尺與指南針等，搭配學校的支架就能夠操作這一系列的實驗，這裡特別提一下傳統的測遠儀是舊課綱教材，比較老舊的實驗室應該都會有，若沒有此實驗裝置，可以用木板鎖上螺絲壓克力條即可完成類似傳統測遠儀的裝置。手機的部分，一組同學有一隻手機即可，希望同學多認識手機的不同功能，不只是用來玩遊戲！透過這一系列的實驗操作，看似簡單的量測距離，其實裡面充滿著大大的學問，讓同學們提升動手做與分析數據的能力！</p> <p>物理選修實驗課是本校的特色課程之一，之前規畫了許多實驗，後來發現將這些小實驗簡化，也很適合放在探究與實作的課程中，在課堂中讓同學動手做的小活動，不僅能提升學習動機，亦能增加物理課程與生活的連結；若是將不同的小主題做相關連結，並在分析上加入同學自行設定的變因，則形成開放性的問題，即可成為探究與實作課程的一部分。但不論是哪種課程，核心課程理念都是希望同學能在做中學 (Learning by Doing)，將課本中的物理知識化做生活的一部分！</p>

教學目標：

認知：三角測量法是透過數學的三角函數，計算帶測物的距離

技能：利用不同的裝置量測微小的角度，分析角度與距離的關係。

技能：討論角度量測過程，哪些部分可能會造誤差，並計算測量的適用範圍。

情意：除了用上課操作的方式量測，讓同學發會創意，使用不同的方式驗證實驗值。

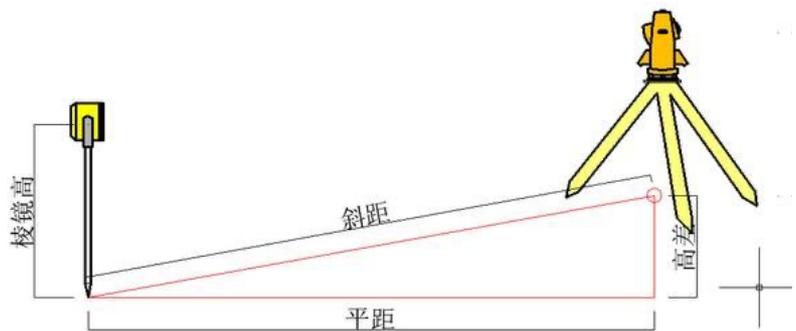
教育對象：

國三、高一、高二學生

課程設計（方法與步驟）：

壹、引起動機：

在馬路旁常看到有類似下圖的三腳架裝置，除了是警察在測量超速外，最常見的就是測量距離與高度的裝置，可以讓同學想想看，它用到哪些實驗原理？儀器上可能有哪些感測元件？為什麼不直接用尺量測？或是用其他方式呢？也讓同學思考看看，如果想要仿造此裝置，可以用什麼取代。從中探究量測的變因有哪些，該如何操作降低不確定度，並思考儀器的最佳量測範圍。



▲全站儀的三角高程測量（[連結 1](#)、[連結 2](#)）

貳、操作步驟

一、第一部分：傳統的測距儀裝置

1. 架設測遠儀裝置，並調整兩面鏡子，使其彼此平行並作記號。
2. 尋找待側物，並讓觀察者站立於其前方，直視待側物。
3. 讓眼睛、左端鏡面與待側物於同一直線上。
4. 調整旋轉臂，可以讓目標再次被觀察到，並計算測量距離 x 。
5. 架設測微儀的裝置，並找尋合適的照門與 Δ 針尖的位置。
6. 在鏡面側邊夾入一張薄紙片，使鏡面旋轉小角度。
7. 移動 Δ 針尖，讓針尖的像回到照門中央位置，並量測針尖移動距離。
8. 增加鏡面夾紙的張數，觀察針尖移動的距離的變化。



▲傳統測遠儀，利用光槓桿的方式量測

二、第二部分：數位傾斜移量測距離

1. 將手機固定在支架上，並用相機鏡頭瞄準待測物。
2. 開啟傾斜儀 APP，量測目前的傾斜角度與手機的高度
3. 利用捲尺設定待測物與手機的水平距離為 2m。
4. 將手機往上移動，每 5cm 為一單位，準待測物後再次量測角度
5. 觀察角度變化與位移的關係 (手機向上移動共 8 次)
6. 將待測物距離調整為 4m, 6m, 8m，重複 3 和 4 步驟。
7. 以線性回歸計算不同待測物與手機的水平的距離。



▲利用手機鏡頭瞄準袋側物



▲使用手機傾斜儀測量角度變化

三、第三部分：電子羅盤量測距離

1. 將吸管固定於手機一側，以作為瞄準待測物之工具。
2. 利用捲尺設定待測物與羅盤間的距離為 2m。
3. 將電子羅盤垂直瞄準待測物(使吸管的管口看到待測物)，記錄羅盤角度。
4. 每 5cm 為一單位，量測電子羅盤旋轉角度 (共移動羅盤 8 次)
5. 將待測物距離調整為 4m, 6m, 8m，重複 3 和 4 步驟。
6. 以線性回歸計算不同待測物與羅盤之間的距離。



▲使用吸管瞄準待側物



▲觀察手機羅盤的旋轉角度

參、討論與分享：

一、傳統量測的討論：

1. 從理論上看似乎是蠻簡單的，單同學操作上確實有難度。
2. 從鏡中要看到另一面鏡子的反射物就不簡單，另外還要與鏡子外面的帶測物對齊！
3. 兩面鏡子要架設平行也非常重要，若不平行，量測的數據就沒太大意義。
4. 量測遠方物體時，角度的變化會遠來越小，可以讓同學思考該如何將角度放大。

二、數位量測的討論：

1. 示意圖的部分同學蠻容易理解，但光要將儀器架設好，也是需要花一段時間。
2. 手機量測角度固然方便，但也是需要矯正，或是做一些微調，才能夠得到真正數據。
3. 單次測量可能會有偏差，可以利用線性回歸的方式，找出較可靠的試驗數據。
4. 最後可以比較傾斜移量測的角度與數位羅盤的兩側，哪個比較可靠。

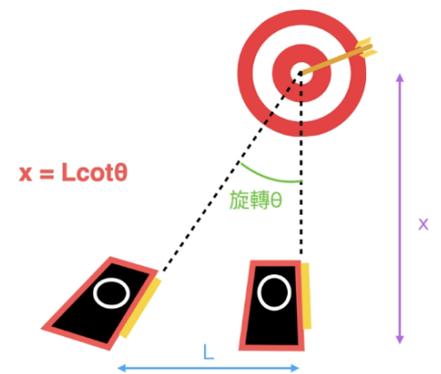
三、探究元素：

1. 改變水平與鉛直距離，觀察角度的變化。
2. 探究手機旋轉（傾斜）角度與距離間的關係？
3. 透過已知的距離，比較與量測值得差異在哪？
4. 討論量測距離的極限值在哪？是否能克服？
5. 是否能夠增加其他輔助儀器，降低測量的不確定度。

例如：雷射筆、捲尺、鏡面等

6. 觀察裝置量測的最佳範圍，並討論成因。

7. 最後可以透過繪圖軟體 GGB 或是簡報的方式作圖，比較圖型的精確性。



學習評量內容 (學生的書面報告)

學生可將報告繳交至學期歷程檔案中，留下學習的點滴。

1. 讓同學們自行挑選有興趣的主題撰寫成數面報告
2. 可將比較完整的報告與同學們分享，讓其他同學參考並改善。
3. 部分書面報告為同學上傳至學習歷程的資料，不只是報告的內容，還增添不少撰寫報告的經歷與對整個實驗的省思。

光槓桿原理-測微儀的使用

壹、實驗目的

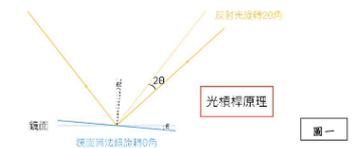
利用光槓桿原理，測量紙片的厚度。

貳、實驗儀器

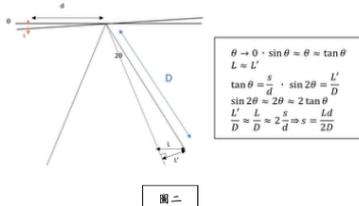
測微儀套組(鏡面、木製平台、槓桿、螺帽、照門、針尖)、鏡片、橡皮筋、定位物(筆)

參、實驗原理

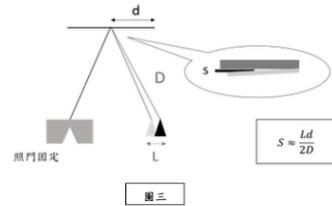
1. 光槓桿原理:
若入射角的角度固定，當鏡面旋轉 θ 角，則反射光旋轉 2θ 。



2. 透過照門從鏡子中觀看右方 Δ 針尖的位置(如圖三)，放入厚度為 s 的紙片，則鏡面旋轉 θ 角。
3. 若要看到 Δ 針尖，須將針尖向右移動 L 距離。
4. 由光槓桿原理可知， L 對於鏡面旋轉了 2θ 度，可推得紙片厚度 S 。



$$\begin{aligned} \theta \rightarrow 0, \sin \theta &\approx \theta = \tan \theta \\ L &= L' \\ \tan \theta &= \frac{s}{d}, \sin 2\theta = \frac{L'}{D} \\ \sin 2\theta = 2\theta &= 2 \tan \theta \\ \frac{L'}{D} &\approx \frac{2s}{d} \Rightarrow s = \frac{Ld}{2D} \end{aligned}$$



肆、實驗步驟

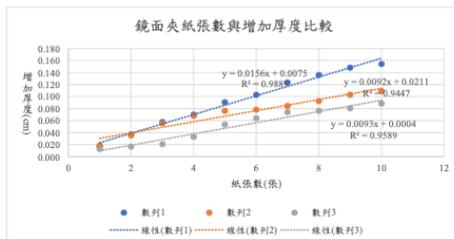
1. 架設測微儀裝置，並找尋適合的照門、 Δ 針尖位置。
2. 固定照門位置，並在鏡片背面綁上定位物(標定鏡子中央處，方便之後將影像固定於鏡面中央)。
3. 在鏡面側邊夾一張薄紙片，使鏡子旋轉小角度。
4. 移動 Δ 針尖，使 Δ 針尖回到照門中央，並記錄移動距離。
5. 增加鏡面夾紙張數，紀錄相對應的針尖移動距離並觀察其變化。

伍、實驗數據

紙張數	第一次		第二次		第三次	
	L(cm)	S(cm)	L(cm)	S(cm)	L(cm)	S(cm)
1	0.40	0.016	0.45	0.019	0.30	0.012
2	0.90	0.037	0.85	0.035	0.40	0.016
3	1.40	0.058	1.35	0.056	0.50	0.021
4	1.70	0.070	1.65	0.068	0.80	0.033
5	2.20	0.090	1.85	0.076	1.30	0.053
6	2.50	0.103	1.90	0.078	1.55	0.064
7	3.00	0.123	2.05	0.084	1.80	0.074
8	3.30	0.136	2.25	0.093	1.85	0.076
9	3.60	0.148	2.50	0.103	1.95	0.080
10	3.75	0.154	2.65	0.109	2.15	0.088
平均紙張厚度 (cm)	0.0173		0.0146		0.0095	

$D=45.00\text{cm}$, $d=3.70\text{cm}$ (L 、 S 、 D 、 d 定義見圖三)

▲測距儀裝置-測微儀的範例-報告內容與數據

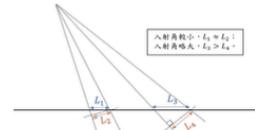


陸、數據分析

1. 經過三次實驗，可發現測得紙張厚度逐漸減小。推測可能原因為紙張是重複使用，在實驗中因被綁在鏡面與固定板中間而不斷擠壓，使其空隙縮小、變得緊實，厚度也因此變薄。
2. 通過線性回歸，發現此次實驗結果不甚精準，推測可能原因有二。其一為紙張夾入時排列參差，無法準確向右對齊，導致其增加厚度與實際應增加厚度有誤差(若為階梯式向外排列，則實際增加厚度必小於應增加厚度；若為雜亂排列，變化更無規律)；其二為此次實驗須將影像固定於照門中央，為方便實驗，我們決定將影像固定於鏡面中央，但由於選擇的定位物(原子筆)略寬，其所定義的中央也有失精準，導致此次實驗誤差略大，應改以針、線等細小物品定位較為適宜。

柒、問題與討論

1. 照門與 Δ 針尖的位置選擇，你認為放在哪裡比較合適?為甚麼?
放於接近鏡面投影處較為適宜。放於接近鏡面投影處，入射角小， Δ 針尖移動距離小，誤差也較小(下圖 $L_1 \approx L_2$)。反之，入射角愈大，下圖中的 L_3 與 L_4 差距愈大，所測得的誤差也隨之增大。



2. 為了固定光線在鏡面前後，從鏡面到照門為同一光線，因此務必固定眼睛位置，該如何確實固定呢?

固定兩點即可固定一線。測微儀套組中有一附有刻度的鐵桿，可用於固定照門位置，且照門中央有一倒三角形，將視線盡量接近尖端位置即可固定於照門中央；在鏡面背面綁一定位物，讓影像固定出現於定位處。如此便可使鏡面到照門為同一光線。

捌、實驗心得

這次的實驗於我而言是全新的學習。無論是光槓桿原理或是測微、測遠的應用，在之前都沒有接觸過，一開始拿到儀器，連怎麼組裝都不太了解，在老師的詳細解說下才得以開始實驗。但也正因如此，更覺這次實驗新奇有趣。雖然在做實驗的當下還不太了解實驗原理，只是照著老師的步驟去做，但在後續整理數據時嘗試自己推導其幾何關係與公式，也因此對光槓桿原理、三角函數性質和光線反射有了更完善的了解。

然而，正因為是測微實驗，在過程中對操作的要求十分精細，即使已盡我們所能，在人為操作中仍會產生些許誤差(如：紙張堆疊位置、投影處等)，而我們也在失敗中學習，吸取錯誤經驗，提出可能原因及改善方法。雖然結果不甚理想，但整體過程仍使我獲益良多，是一個很難得的學習經驗。

▲測距儀裝置-測微儀的範例-數據分析與問題討論

內文

壹、實驗目的

利用手機中的電子羅盤 app，測量遠處物體與電子羅盤的偏角，求出物體與羅盤之間的距離。

貳、實驗器材

手機 app-羅北針、吸管(細薄物體)、膠帶(固定吸管)、長尺與捲尺(測量距離)。

參、實驗原理

- 根據光的直進性，透過固定電子羅盤與待測物之垂直距離，並改變電子羅盤水平移動的距離，求出在簡單物體時之角度，可以得到電子羅盤水平移動距離與電子羅盤角度之間的關係性。
- 因為待測物距離遙遠，可將電子羅盤水平移動距離近似為弧長，以方便計算。
- 利用公式：弧長=半徑×弧角($ARC=r \times \theta$)，可以透過弧長與電子羅盤角度差，計算出待測物的距離(半徑)，圖示如下圖。

圖一：實驗原理示意圖

圖二：1m 弧長與角度關係圖
(標距 bar 已加於圖中，但圖標差過小，無法在圖中顯示出來)

轉動角度 (θ)	半徑	弧長
0.0	285.0	0.0
10.0	288.0	3.0
20.0	290.0	5.0
30.0	292.0	7.0
40.0	294.0	9.0
50.0	296.0	11.0
60.0	297.0	12.0
70.0	299.0	14.0
80.0	301.0	16.0

轉動角度 (θ)	半徑	弧長
0.0	287.0	0.0
20.0	290.0	3.0
40.0	292.0	5.0
60.0	294.0	7.0
80.0	296.0	9.0
100.0	298.0	11.0
120.0	301.0	14.0
140.0	303.0	16.0
160.0	305.0	18.0

圖三：3m 弧長與角度關係圖

圖四：5m 弧長與角度關係圖

心得與反思

● 跨出傳統實驗

這次實驗與以往的實驗有很大的不同：相較於傳統的玻璃裝置，笨重的儀器裝置，這次利用現代化的手機和唾手可得吸管的裝置，在現代科技的幫助下，完成精確的實驗。這次實驗令我耳目一新：原來透過手機，也能做出具有說服力的實驗，並且得到準確的數據。

圖六：實驗畫面(取自「飛機學物理」影片)

● 細心與耐心

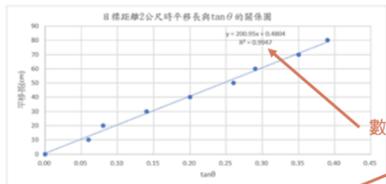
這次實驗在操作時，需要很大的細心與耐心，因為測量的角度之間都只有 1° 的差別，十分微小，若在簡單物體時狀態，可能會造成嚴重的實驗誤差。因此，我和組員在進行實驗時，都仔細對待測物的移動距離，並確保待測物從吸管中看出的位置相同，以求得實驗數據之準確性。若下次進行相同實驗時，希望能透過在「問題與討論」中提出的方法，修正實驗步驟與器材，使實驗結果更加符合理論數值。

● 找出問題、理性解決

一開始在做實驗時，我們記錄下的偏轉角度的角度差有越來越小的趨勢，不過依照公式，相對兩端的角度差應該相同，才會在弧長以固定公差移動時，測得相同的待測物距離。於是我們開始尋找造成角度變化的原因：我們發現水平移動電子羅盤時，在不改變手機角度下，也會造成角度變化的原因；且測距可能是因為桌面並非完全垂直，在垂直這點後，我們改移動待測物的位置而不移動電子羅盤，這樣不會因為手機移動造成角度偏差，而且因為實驗原理相同，也可以用公式計算出測物的距離，且數據確實，使用這種方法來代替移動電子羅盤，相對兩端的角度差是相同的，雖然因為找出問題花了一些時間，導致 5m 距離 5m 距離沒有有極上的實驗

▲ 測距儀裝置-羅盤測距範例

半徑 (cm)	轉動角度 (θ)	弧長 (cm)
30.00	358.0	8.0
40.00	355.5	11.5
50.00	352.6	14.4
60.00	350.9	16.1
70.00	347.7	18.3
80.00	345.9	21.1



由上圖可知斜率為 200.95，也就是實驗所得的距離 200.95cm，與實際距離 200cm 差了 0.95cm，準確度為 99.52%

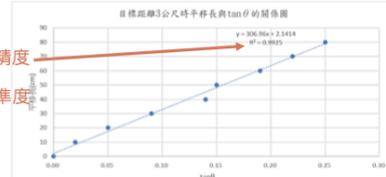
表三：目標距離 3 公尺測量與角度 (θ) 與原點角度差

確認看到的吸管上下左右線寬度大致相似，以確認視線的筆直，但這也是蠻大的誤差來源。

七、問題回答

1. 怎麼確認目標投點(原點)?
我們將手機連線貼齊直尺，如此我們看去的視線與直尺會共線，再將目標物放至視線前方(距離不變)，量到的就是初始值了。
2. 三角函數的有效位數怎麼取?
將自變量有效位數最末位的數字上下試探一位，並觀察應變量在哪一位上有波動，取其為有效位數最末位。如表一圖二，θ 代入 3.6°、3.4°，tan θ 分別大約為 0.062 和 0.0597，於是取到小數點下 2 位數。
3. 為什麼沒有量到 10m 之類之長距離?
這是技術上的問題，因為吸管的口徑關係，水平測距儀不能貼著地面使用，但又要求目標和吸管水平面要一樣，教室中沒有大約十公尺的桌面，室外椅子架高腳無法橫量 80cm 的半徑，於是我們只做到了五公尺遠。
4. 垂直水平測距儀哪裡有差? **兩實驗比較**
基本原理可說是一模一樣，都是利用三角測距的方式得出距離，也一樣量測到邊，微微有別的不同垂直測距儀的 θ 角(圖一)要將 90° 角度差得出。差別是在使用時機，像第 3 點提到的不能在地球上使用，垂直測距儀就可以達到，但如果方便操作來說，水平測距儀是較佔優勢。

半徑 (cm)	轉動角度 (θ)	θ (°)	tan θ
0.00	267.3	0.0	0.00
10.00	266.1	1.2	0.02
20.00	264.2	3.1	0.05
30.00	261.9	5.4	0.09
40.00	259.5	7.8	0.14
50.00	256.6	8.7	0.15
60.00	257.2	10.1	0.19
70.00	255.0	12.3	0.22
80.00	253.3	14.0	0.25



八、心得

數學題中不遇過類似如此算距離的方式，但我從沒想到計算其實是不費力的部分(這種東西打個算式拉下去就解決了)，在量測時的無比細心和作圖分析數據的過程才是最嚴厲的! 此回實驗我們較先前更為細心，且事先想好數據處理的問題，且做報告時我在數據處理上花了不少時間，除了學習如何取三角函數有效位數外，也把三角函數的方式用得滾瓜爛熟(excel 只能算弧度的 tan)，但當看到準確度高的實驗結果和那一條一條斜率的直線，我知道這一切都是值得的!，這次討論和問題回答也是大爆字數，除了想做出如此嚴謹實驗下的漏洞，也是想分享我在此實驗得到的眾多收穫，以期下次能做出更好的實驗，獲得更多的知識。

實驗心得

九、參考資料

1. 三角測距與傾角 app，圖一。取自 <https://www.youtube.com/watch?v=XSnpEzIjSE>
2. 三角測量，三角測量定義。取自 <https://zh.wikipe-dia.org/wiki/%E4%B8%96%E8%A7%92%E6%B8%AC%E9%87%8F>
3. 關於有效位數和數據處理的想法，三角函數的有效位數。取自 <https://www.phy.ntnu.edu.tw/demos/lab/phy88/vicxtopic.php?topic=23976>

▲ 測距儀裝置-水平儀測距與羅盤測距之比較

參考資料：

1. 三角測距與傾角 App - 搞飛機學物理
<https://www.youtube.com/watch?v=NXsnpEzIjSE&t=1s>
2. 全站儀三角高程測量及計算公式
<https://kknews.cc/science/eakyvyr.html>
3. 測量兩點間高差不準確？
<https://www.xuehua.us/a/5ebb398886ec4d7c5683f24b?lang=zh-hk>

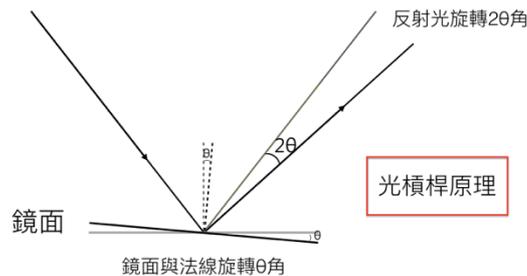
學習單-光槓桿原理-測遠儀的使用

壹、實驗目的：利用光槓桿原理，測量遠處物體的距離。

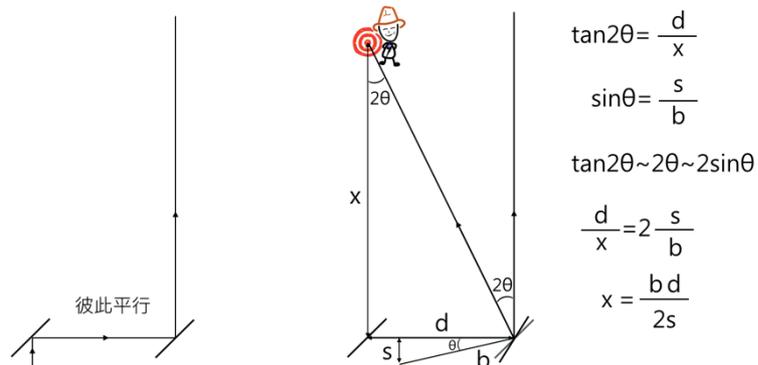
貳、實驗儀器：測遠儀套組（鏡面、木製平台、45度金屬夾、橫桿、螺帽）、長尾夾、直尺

參、原理及方法：

1. 光槓桿原理：若入射光的角度固定，當面鏡旋轉 θ 角，則反射光旋轉 2θ 。



2. 如下圖所示，當原本兩面鏡彼此平行時，入射光與最後的反射光也會彼此平行。
3. 鏡面旋轉 θ 角後，反射光則旋轉 2θ ，假定射向鏢靶的位置，由光的可逆性，從鏢靶發出來的光，經過兩次反射，可在原本入射位置觀察到，此時的幾何關係如下：



肆、實驗步驟：

1. 調整兩面鏡子，使其彼此平行並作記號（原點位置）。
2. 尋找待側物，並讓觀察者站立於其前方，直視待側物。
3. 讓眼睛、左端鏡面與待側物於同一直線上。
4. 調整旋轉臂，可以讓目標透過兩面鏡的反射，再次被觀察到。
5. 記錄此時旋轉臂移動的距離 s ，並計算觀察者與待測物的距離 x 。

伍、問題與討論：

1. 請問如何調整兩面鏡子，使其彼此平行？
2. 測遠儀的適用範圍大約在多少公尺？請簡單推導其過程。

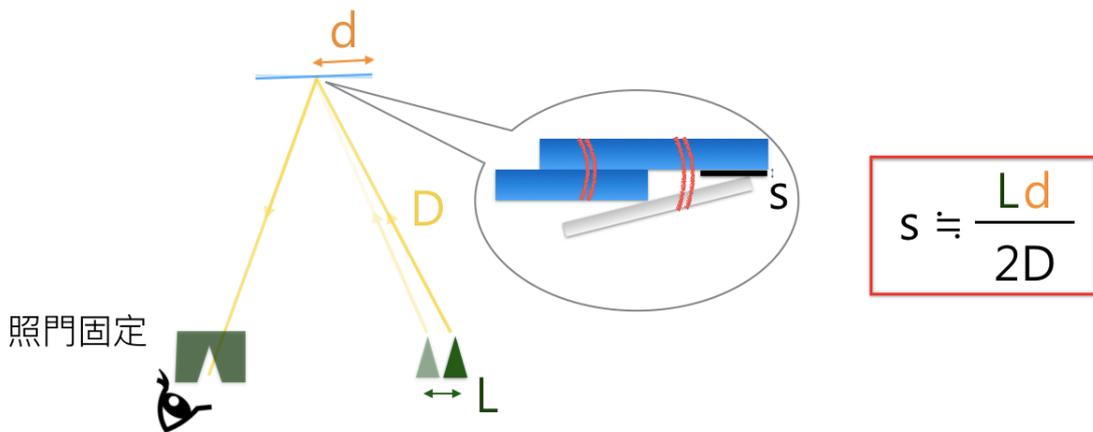
學習單-光槓桿原理-測微儀的使用

壹、實驗目的：利用光槓桿原理，測量紙片的厚度。

貳、實驗儀器：測微儀套組（鏡面、木製平台、橫桿、螺帽）、長尾夾、大頭針

參、原理及方法：

1. 透過照門觀看原本 Δ 針尖的位置（左方），放入厚度為 s 的紙片，鏡面將旋轉 θ 角。
2. 若要看到 Δ 針尖，則須將針尖往右移動 L 的距離。
3. 從圖形上可知， L 對於鏡面旋轉了 2θ ，因此可以推得紙片的厚度 s 。



肆、實驗步驟：

1. 架設測微儀的裝置，並找尋合適的照門與 Δ 針尖的位置。
2. 在鏡面側邊夾入一張薄紙片，使鏡面旋轉小角度。
3. 移動 Δ 針尖，讓針尖的像回到照門中央位置，並量測針尖移動距離。
4. 增加鏡面夾紙的張數，觀察針尖移動的距離有什麼變化。

伍、問題與討論：

1. 請比較光槓桿的測微儀與螺旋測微計的精準度，它們分別適用於哪些情況？
2. 照門與 Δ 針尖位置的選擇，你認為放在哪裡比較適合，為什麼？
3. 為了確保光線在鏡面前後，從鏡面到照門為同一光線，因此務必固定眼睛的位置，該如何確實固定呢？