

探討寶特瓶水柱射程與液面下深度及開孔大小之關聯

摘要

藉由日常寶特瓶側壁開孔所造成的水柱噴射，了解開孔位置越深，即水壓越大射程越遠的理論，並比較實際操作結果與理論的差異。本組實驗結果發現開孔位置過低，會導致空中滯留時間過短，以至於即使水壓足以產生最快的初速度，空中滯留時間也不夠予以飛行更遠的距離，而開孔面積也並非如同壓力與面積關係理論，進而探討自由落體與空氣阻力等其他環境因子的影響。

壹、研究動機

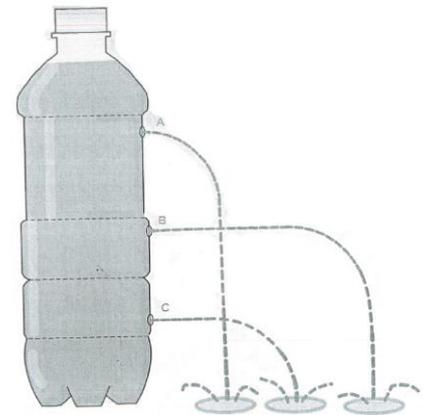
水中有水壓，因為水有重量，而在水中的任何物體，都會受到水的重量受力。水壓就是指水對物體的受力，力代表兩個物體互相產生作用，便會產生力。水因為重力而產生壓力，使得物體沉入水中越深的地方，就有越大的壓力。

我們在少年飛訊月刊中，看到了文章中寫到：一般會認為寶特瓶側面開孔越低，噴出水柱的射程越遠，但因為重力加速度、空氣阻力等影響，開孔最低射程不一定最遠，如圖一所示。因此，我們想探討如何會使寶特瓶側邊開孔所射出的水柱射程達到最遠。

自由落體指物體在運動過程中，只受重力作用而不受其他作用力影響，故水平速度應呈現固定值，與初速度相同；然而，物體運動時，垂直向受到重力影響而產生的速度變化量為重力加速度，而重力加速度在地表附近的數值固定約為 9.8 m/sec^2 。不過，在真實情況下，物體掉落時都會受到空氣阻力的影響，而使不同物品的掉落速度不同。

空氣阻力是指空氣對運動物體的阻礙力，是運動物體受到氣流的作用而產生的力。空氣阻力的公式： $F=(\frac{1}{2})C_p S V^2$ 。其中，C 為空氣阻力係數； ρ 為空氣密度；S 物體迎風面積；V 為物體與空氣的相對運動速度。空氣阻力是物體的前表面與空氣分子碰撞的結果。可以說，對空氣阻力有直接影響的兩個最常見的因素是物體的速度和物體的橫截面積。因此，增加的速度和橫截面積都會導致空氣阻力增加。

阻力大小與物體速度的平方和物體的迎風面積成正比，速度越快迎風面積越大那麼空氣阻力也越大。以一個跑者為例，空氣阻力的大小則與運動員跑速的「平方」成正比，所以速度越高，要抵抗的空氣阻力越大。就像在暴雨中駕駛汽車。如果您以每秒 5 公里的速度行駛，我們使用一個整數表示汽車每分鐘被 1,000 個水滴擊中。如果你大幅提高速度，現在汽車每分鐘會被數以萬計的水滴擊中，這會對車輛的動量產生更大的阻力。空氣是密度的一小部分，在這種情況下，是水的阻力，但它可以作為理解的一個很好的比較。



圖一、寶特瓶水柱噴射示意圖。

貳、研究目的

1. 比較寶特瓶高度的位置對水柱射程距離的影響。
2. 比較寶特瓶材質與容積對水柱射程距離的變化。
3. 比較開孔大小對於水柱射程距離之影響
4. 了解寶特瓶射程距離的原因。

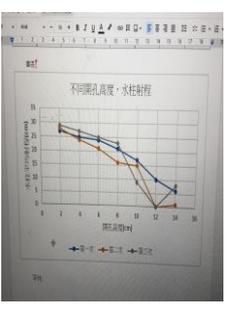
參、研究設備及器材

1. 寶特瓶
2. 奇異筆

3. 捲尺
4. 水
5. 筆記本
6. 筆
7. 圖釘、小鐵釘、鐵釘吋半(P45)
8. 手機

肆、研究過程或方法

收集不同容量寶特瓶，先選定同廠牌寶特瓶數個，再用奇異筆於寶特瓶不同高度處畫線。使用圖釘在瓶蓋上戳洞，再裝固定體積(大約 750 毫升)的水，接著把寶特瓶放在固定位置並在底下放捲尺，拔出圖釘後測量水柱射程並紀錄數據，且以錄影存證。

				
1. 收集不同容量寶特瓶	2. 奇異筆在寶特瓶不同高度處畫線	3. 拿圖釘在瓶子側面上戳洞	4. 測量出射程	5. 紀錄數據

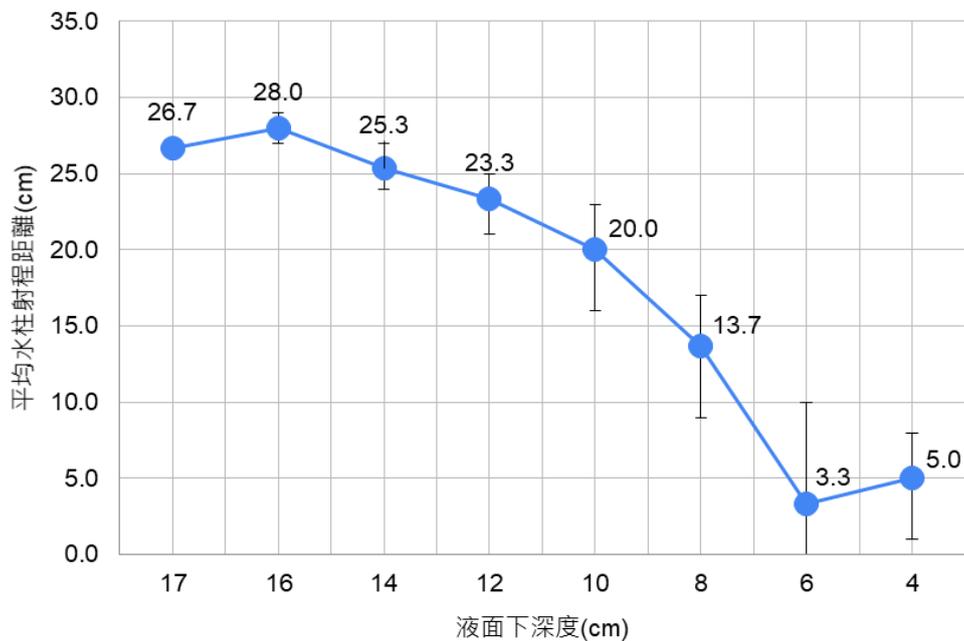
伍、研究結果

(一) 比較寶特瓶高度的位置對水柱射程距離的影響

於寶特瓶內裝入相同體積之清水，由瓶底測量其起始水位皆為 18 公分，接著於不同液面下深度進行開孔，並紀錄水注射程，每孔皆進行三次測量，結果如表一所示。將三次射程所測得知水柱噴射距離取平均值後繪製折線圖，並標示誤差線，如圖二所示。由圖二可見，於液面下深度 16 公分時有最遠的噴射距離；然而，開孔位置越淺，測量誤差值亦越大。

表一、開孔高度與水柱射程距離之結果。

液面下深度 水柱噴射距離(cm)	17cm	16cm	14cm	12cm	10cm	8cm	6cm	4cm
第一次	26.5	27	25	24	21	17	10	6
第二次	26.5	28	24	21	16	15	0	1
第三次	27	29	27	25	23	9	0	8
平均	26.67	28	25.33	23.33	20	13.67	3.33	5



圖二、開孔高度與水柱射程平均結果之圖表。

(二) 比較寶特瓶材質與容積對水柱射程距離的變化

比較不同容積、不同形狀之寶特瓶，裝取相同水位高度(14 公分)清水，測量相同開孔位置且相同開孔面積下的射程距離，結果如表二所示。

表二、不同寶特瓶，水位、開孔高度相同的水注射程。

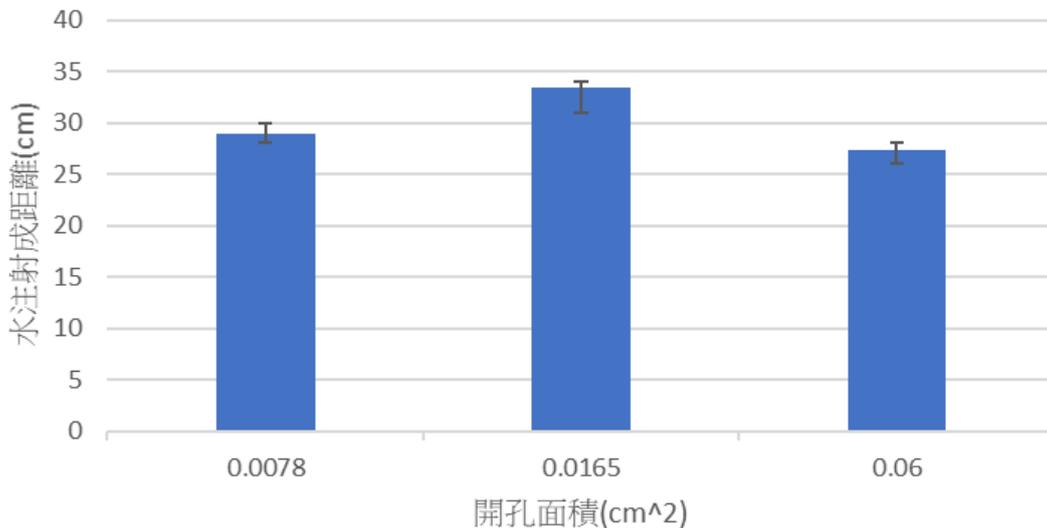
	品牌 A	品牌 B	品牌 C	品牌 D	品牌 E	品牌 F
水柱射程(cm)	18	18	20	20	18	20

(三) 比較開孔大小對於水柱射程距離之影響

以複式顯微鏡測量圖釘穿孔所造成的面積(cm^2)，並比較不同開孔面積是否會影響水柱射程遠近。我們以相同水面下深度(16 cm)及檯面垂直高度(約 31 公分)，分別進行不同面積大小開孔後水柱射程遠近的距離測量，結果如下表三所示。結果發現，水柱噴射距離並不會因開孔大小的變化而有正比或反比影響，但在以鐵釘(面積 0.0165cm^2)開孔時，水柱射程有最遠距離。

表三、不同開孔面積所產生之水柱噴射距離。

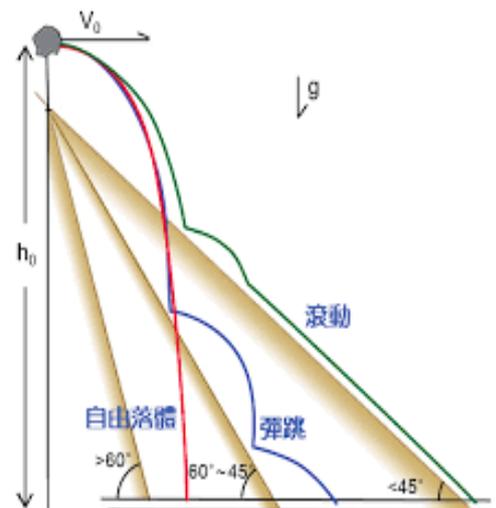
	圖釘	鐵釘	鐵釘吋半(P45)
開孔面積(cm^2)	0.0078 cm^2	0.0165 cm^2	0.06 cm^2
水注射程-1	28 cm	31 cm	26 cm
水注射程-2	30 cm	34 cm	28 cm
水注射程-3	29 cm	33 cm	28 cm
平均水注射程(cm)	28.0	32.7	27.3



圖三、不同開孔面積對應水柱噴射距離之柱狀圖。

(四)了解寶特瓶射程距離的原因

寶特瓶水柱射程的距離與水壓相關是很常見的影響因素，我們可藉由幾項假設做公式的推倒，以水珠運動的速度做水平向 ($V_{\text{水平}}$) 與垂直向 ($V_{\text{垂直}}$) 的運動畫分，因水平向運動自離開寶特瓶罐後無繼續受力，理論上保持等速度運動；然而，垂直向運動因仍受到重力而有速度的變化量，如圖四所示，故水珠的橫向移動距離會與空中滯留時間呈現正比關係。因此我們以垂直水珠落下高度 (h_0) 回推水滴於空中滯留時間，再以水柱射程距離 (S) 除之，回推之水平初速度 (V_0) 亦正比於水壓 (液面下深度)，其線性回歸之判定係數值 (R^2) 高達 0.9365。

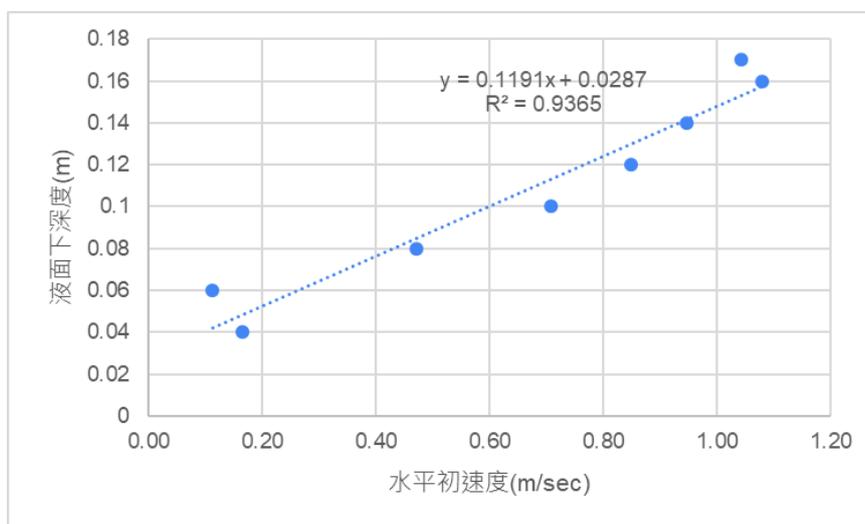


圖四、自由落體示意圖。

$V_{0(\text{水平})}$ = 未知，

$V_{\text{垂直}} = 1/2 \times g \times t^2$ (V 為速度， g 為重力加速度， t 為時間)，

$S(\text{射程距離}) = V_{0(\text{水平})} \times t$ ， $h_0 = 1/2 \times g \times t^2$



圖五、水平初速度與水壓(液面下深度)之關係圖。

陸、討論

從我們的實驗結果中，將開孔位置與水平距離做了線性迴歸，如圖五所示，結果發現雖然相關係數高，但未達 1，表示仍有其他因素影響水柱射程的遠近。此外，依照理論($P=F/A$)開孔面積越小應有越大的水壓，但圖三的結果顯示，可能就是忽略掉的空氣阻力，符合空氣阻力會受到迎風面積及相對運動速度的結論。

柒、結論

(一) 探討不同液面下深度與射程距離的影響

液面下開孔位置越低，理論上水壓越大，水壓造成射程距離越長。然而，我們發現在液面下 12 公分處開孔有最遠的射程，但是液面下 14 公分射程變短，可能有其他因素影響，例如空氣阻力、側向壓力等。

(二) 不同水瓶對於射程距離的影響

依照實驗結果所示，不同容積的水瓶對射程距離無顯著影響，但不排除其他因素所造成的影響，日後可再做延伸實驗。

(三) 開孔大小對於水柱射程距離之影響

水柱噴射距離並不會因開孔面積越小而有水柱射程越遠的反比影響，在本實驗以面積 0.0165cm^2 開孔時，有最遠的水柱噴射距離。

(四) 了解寶特瓶射程距離的原因

由自由落體公式回推空中滯留時間，代入水平等速移動的公式，可以得知開孔位置越低，造成之水平初速度確實越高，且有高度相關係數。

捌、參考資料及其他

1. 強大的液壓，趙珩宇（2021 年）。國語青少年月刊少年飛訊，第 303 期。
2. 孔舞有力（2009 年）。彰化縣第 59 屆中小學科學展覽會。取自 https://science.hsjh.chc.edu.tw/upload_works/108/0ab85f3551685f243ea26a1066cf3afb.pdf。
3. 山區公路防避災之明隧道規劃設計探討，王慶雄、許書凱（2010 年）。台灣公路工程。第 46 卷，第 12 期。取自 <https://www.google.com/url?sa=i&url=https%3A%2F%2Fwww.thb.gov.tw%2FFileResource.axd%3Fpath%3Dhtml%2Fdoc%2F%25E5%2587%25BA%25E7%2589%2588%25E5%2593%2581-%25E5%258F%25B0%25E7%2581%25A3%25E5%2585%25AC%25E8%25B7%25AF%25E5%25B7%25A5%25E7%25A8%258B%2F4612WEB.pdf&psig=AOvVaw1YybxVRloFrVXMteCyMBdV&ust=1640767701138000&source=images&cd=vfe&ved=0CAsQjRxqFwoTCPj0iZWOhvUCFQAAAAAdA AAAABAR>。
4. 壓力〈Pressure〉，李品慧、洪連輝（2009 年）。科學 Online，取自 <https://highscope.ch.ntu.edu.tw/wordpress/?p=1418>。