

2022 年【全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

高中（職）組 成果報告表單

題目名稱：三角定位與地圖測繪

一、摘要：

此實驗的主要目的是探究在以三角測量法定位實驗桌的過程中可能影響測量結果誤差的因子。透過設計三組實驗，我們分別探究了「測量器具精準度」、「基準點（門一）旁安全箱」及「測量物與基準點距離」對實驗誤差的影響，並在測量數據後以繪圖軟體 GeoGebra 進行實驗桌定位繪圖，再計算桌角角度測量值與理論精準值的誤差，最後進行實驗結果的準確度與誤差值之圖表分析。

我們發現測量器具精準度為影響實驗誤差的重要變因，且使用 iPhone 內建指南針會較傳統指南針精準。接著我們發現基準點（門一）旁安全箱為外在磁場來源，會增加誤差的可能性。最後我們觀察到測量物與基準點距離並不是造成實驗誤差的重要變因，推翻我們原先的預測。

二、探究題目與動機

在學校的探究與實作課程中，老師向我們介紹了在 1990 年代全球衛星定位系統被廣泛使用之前，用來進行準確化及大規模測量的方法—「三角測量法」，而我們也在老師的指示下，嘗試以指北針用此方法來定位教室的實驗桌。然而當我們將手繪數據之後，呈現的結果非常不準確，實驗桌的形狀甚至接近三角形！

因此，對造成誤差的原因感到好奇的我們觀察並檢視了實驗環境及過程，列出了可能造成誤差的一切變因，並決定挑選其中三個：「測量器具精準度」、「基準點（門一）旁安全箱」及「測量物與基準點距離」而後分別設計實驗，檢測它們是否為影響實驗誤差的主要變因。我們也決定利用在選修課上所學的 GeoGebra 繪圖軟體取代手繪，將實驗數據轉化成圖表進行探究與討論。

三、探究目的與假設

三角測量法的原理如下：

三角測量法是幾何學與三角學上一種重要的測量方式，主要利用固定基準線上的兩點已知（主三角點），並運用測量器具求得兩點與目標物（補助三角點）之夾角。在測量出兩個角度後，欲定位之目標物即可被標定為該三角形的第三個點。

目的：

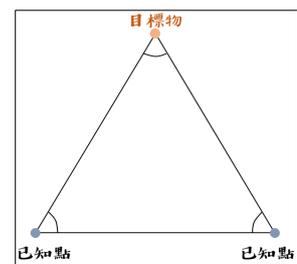
- 一、透過實際操作了解三角測量法之原理及應用
- 二、探討三角測量法的過程中可能會造成誤差的變因
- 三、針對造成誤差的變因設計實驗加以驗證：

我們嘗試找出「測量器具精準度」、「基準點（門一）旁安全箱」及「測量物與基準點距離」三個變因與三角測量法誤差的關聯性，試圖印證以下三點假設：

1. 測量器具精準度：iPhone 手機之內建指南針較傳統指北針精準，誤差值也較低
2. 「基準點（門一）旁安全箱」：移除安全箱能夠降低三角測量過程的誤差
3. 「測量物與基準點距離」：與基準點距離較遠的測量目標物會造成較大的誤差

四、學習運用 GeoGebra 繪圖軟體進行三角定位繪圖

五、將數據整理成圖表，分析其趨勢並互相比較



【圖（一）三角測量示意圖】

四、探究方法與驗證步驟

一、實驗過程與方法：

我們進行三角繪圖的基本步驟主要可分為測量與三角定位繪圖及誤差分析兩階段，而我們設計的三個實驗則是以此步驟為基礎，透過改變步驟中的一個變因進行探討與分析。

(一) 測量

1. 定義黑板兩側門一及門二的中心為測量基準點
2. 選擇測量目標物：定義實驗桌四個桌角的編號
3. 量測門一及門二中心之方向角
4. 以捲尺從實驗桌的桌角 1 拉到門一及門二中心，對齊捲尺以測量器具量測桌角之方向角
5. 重複步驟四，量測桌角 2~4
6. 重複步驟四到五，四個桌角皆測量三次



【圖(二) 目標物與基準點示意圖】

(二) 三角繪圖與數據分析

1. 利用 GeoGebra 繪圖軟體進行三角定位繪圖
2. 計算實驗桌角的測量值與理論精準值(90度)之絕對誤差、相對誤差、準確度及精準度
3. 將數據製作成圖表進行討論與分析

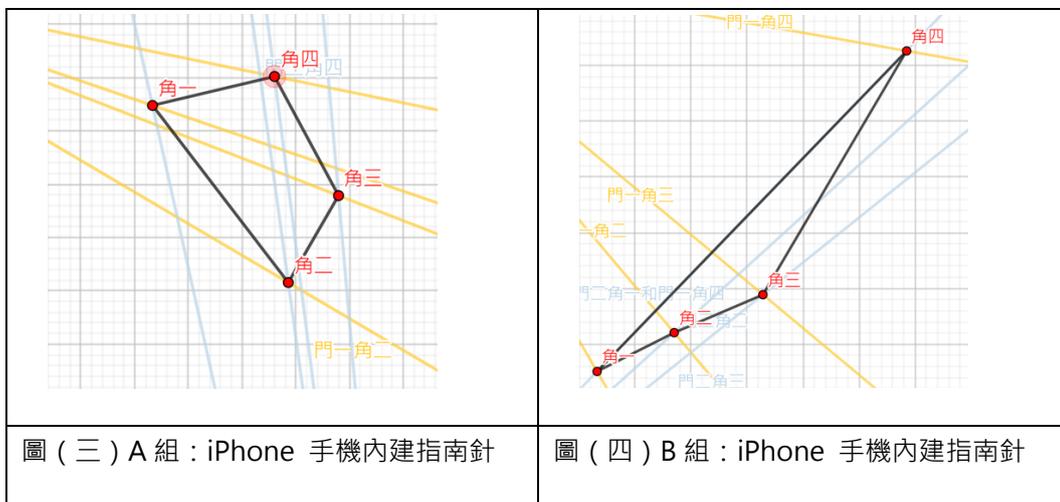
二、誤差分析：我們的誤差定義方式是運用實驗桌的四個桌角之測量值與精準值(90度)的誤差程度進行分析，一共使用下列三種方法進行討論：

- (一) 絕對誤差 = 測量值 - 理論值
- (二) 相對誤差 = (絕對誤差 ÷ 理論值) × 100%
- (三) 準確度 = 1 - |相對誤差|

三、實驗一：測量器具精準度對實驗誤差的影響

在實驗一中，我們透過改變測量器具，探究不同精準度的測量器具對於實驗誤差的影響。我們以精準度較高的 iPhone 手機內建指南針作為 A 組(實驗組)，並對照精準度較低的傳統指南針 B 組(對照組)以肉眼觀測的數據結果，在進行三角定位繪圖之後計算出兩組絕對誤差、相對誤差、準確度後進行分析與討論。

(一) 研究結果 1-三角定位繪圖



(二) 研究結果 2：數據分析

我們將測出的四桌角角度與理論值 (90 度) 的誤差計算出 A、B 兩組四角度分別的絕對誤差、相對誤差及準確度以便進行分析與比較。表一和表二為計算出的數據結果，圖四則是針對相對誤差製作的分析長條圖。

1. 數據比較：

(1) 絕對誤差：A 組(以 iPhone 手機內建指南針進行測量) 的絕對誤差值介於正負 20 度之間，而 B 組 (以傳統指北針進行測量) 則介於 95 與 -75 度之間。

(2) 相對誤差：A 組 (以 iPhone 手機內建指南針進行測量) 的相對誤差介於正負 25% 之間，而 B 組 (以傳統指北針進行測量) 則皆在正負 60-80% 以上，甚至在測量角三時達到了 103% 的誤差。

(3) 準確度：A 組 (以 iPhone 手機內建指南針進行測量) 的準確度皆在 0.7 以上，而 B 組 (以傳統指北針進行測量) 則在 0.1 上下，且最高只達到 0.4，可看出明顯差距。

2. 數據分析：測量器具是造成實驗誤差的重要變因

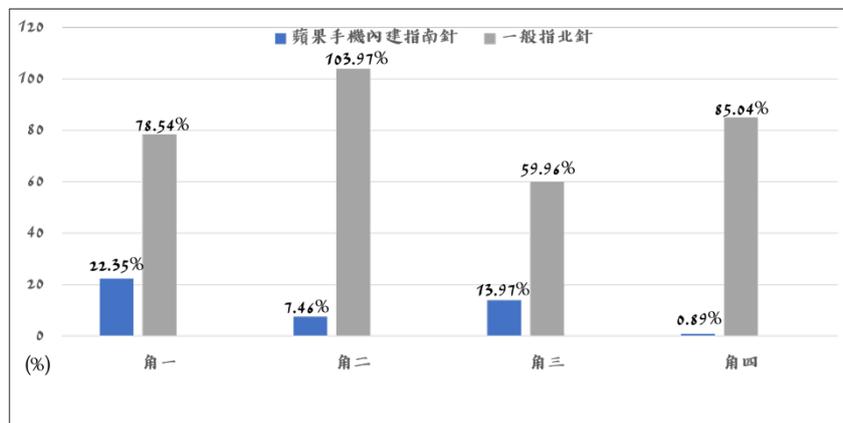
由數據與三角繪圖中可觀察到，傳統指南針的測量精準度與 iPhone 手機內建指南針存在明顯差距 (低非常多)，若在實驗中利用傳統指南針作為測量器具，可能會造成測量數據顯著的誤差。

【表 (一) A 組：iPhone 手機內建指南針】

	角度	絕對誤差	相對誤差	準確度
角一	69.88°	-20.12	-22.35%	0.7765
角二	96.72°	6.72	7.46%	0.9254
角三	102.57°	12.57	13.97%	0.8603
角四	90.80°	0.80	0.89%	0.9911

【表 (二) B 組：iPhone 手機內建指南針】

	角度	絕對誤差	相對誤差	準確度
角一	19.31°	-70.69	-78.54%	0.2156
角二	183.57°	93.57	103.97%	0.0397
角三	143.66°	53.66	59.96%	0.4004
角四	13.46°	-76.74	-85.04%	0.1496



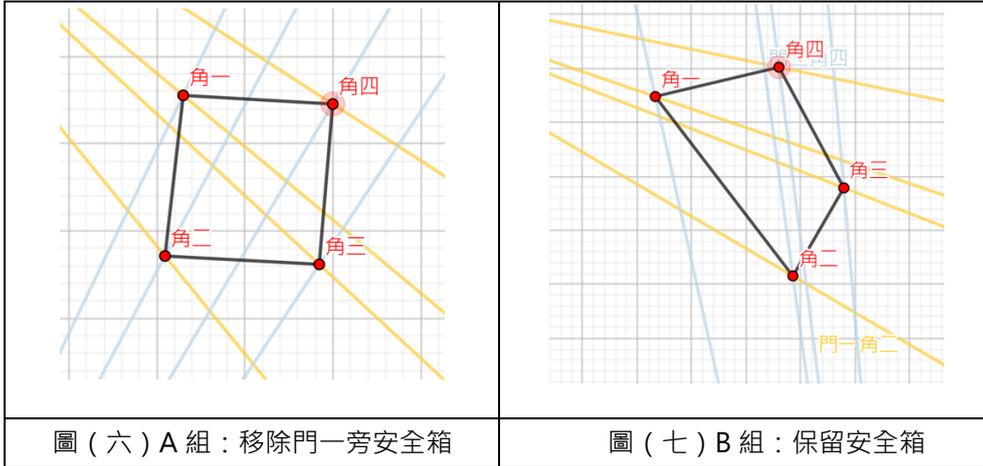
【圖 (五) 測量器具對實驗誤差的影響 相對誤差(取絕對值)長條圖】

四、實驗二：基準點 (門一) 旁安全箱對實驗誤差的影響

在實驗二中，我們因觀察到基準點 (門一) 旁安全箱上吸附了許多強力磁鐵，可能會影響指北 (南) 針的運作。因此我們透過改變測量環境，探究基準點 (門一) 旁安全箱對實驗誤差的影響程度。我們以移除安全箱的實驗環境作為 A 組 (實驗組)，並對照保留原始環境 B 組 (對照組) 的數據結果，在進行三角定位繪圖之後計算出兩組絕對誤差、相對誤差、準確度後進行分析與討論。

(註) 根據實驗一結果，使用 iPhone 手機內建指南針較傳統指北針精準，為避免此實驗出現不必要之誤差，一律採用 iPhone 手機內建指南針進行測量。

(一) 研究結果 1-三角定位繪圖



圖(六) A 組：移除門一旁安全箱

圖(七) B 組：保留安全箱

(二) 研究結果 2：數據分析

我們將測出的四桌角角度與理論值 (90 度) 的誤差計算出 A、B 兩組四角度分別的絕對誤差、相對誤差及準確度以便進行分析與比較。表三和表四為計算出的數據結果，圖七則是針對相對誤差製作的分析長條圖。

1. 數據比較：

- (1) 絕對誤差：A 組 (移除門一旁安全箱) 的絕對誤差值介於正負 9 之間，而 B 組 (保留安全箱) 的角一和角三皆介於正負 10 至 20 之間，角二和角四卻皆小於 7。
- (2) 相對誤差：A 組 (移除門一旁安全箱) 的相對誤差皆在正負 10% 之內，而 B 組 (保留安全箱) 則在正負 25% 之內，唯角二和角四的誤差相對較低。
- (3) 準確度：A 組 (移除門一旁安全箱) 的準確度皆在 0.9 左右，而 B 組的準確度落差較大，在角一和角三介於 0.1 至 0.4 之間，在角二和角四時卻高達 0.9 以上。

【表 (三) A 組：移除門一旁安全箱】

	角度	絕對誤差	相對誤差	準確度
角一	94.81°	4.81	5.34%	0.9466
角二	84.83°	-8.17	-9.08%	0.9092
角三	88.71°	-1.29	-1.43%	0.9857
角四	93.28°	3.28	3.64%	0.9636

【表 (四) B 組：保留安全箱】

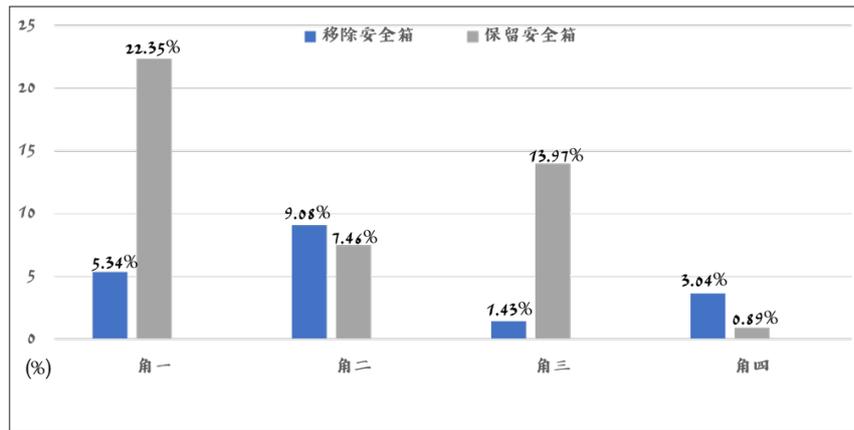
	角度	絕對誤差	相對誤差	準確度
角一	69.88°	-20.12	-22.35%	0.2156
角二	96.72°	6.72	7.46%	0.9254
角三	102.57°	12.57	13.97%	0.4004
角四	90.80°	0.80	0.89%	0.9911

2. 數據分析：安全箱會造成三角測繪的誤差

由數據與三角繪圖中可觀察到，移除安全箱的實驗組會將原始環境中所測角度數據結果的準確度提升，可推論安全箱上的強力磁鐵與箱子本身是外加磁場的來源，且會造成不穩定的誤差 (由 B 組角一和角三與角二和角四間的差異即可判斷)，會影響 iPhone 手機內建指南針的方位判讀。



【圖 (八) 基準點門一旁安全箱】

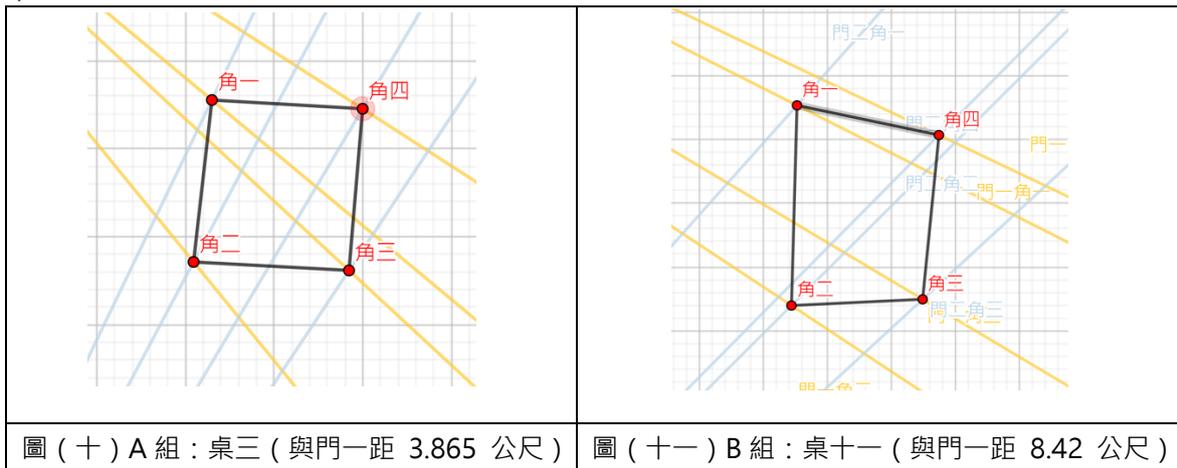


【圖(九) 門一旁安全箱對實驗誤差的影響 相對誤差(取絕對值)長條圖】

五、實驗三：測量物與基準點距離對實驗誤差的影響

在實驗三中，我們透過改變測量物與基準點的距離，探究測量目標物與基準點的距離遠近對於實驗誤差的影響。我們以距離基準點較近的桌三（與門一距 3.865 公尺）作為 A 組，並對照距離基準點較遠的桌十一（與門一距 8.42 公尺）的 B 組之數據結果，在進行三角定位繪圖之後計算出兩組絕對誤差、相對誤差、準確度後進行分析與討論。（註）此實驗同樣採用 iPhone 手機內建指南針進行測量。

(一) 研究結果 1-三角定位繪圖



圖(十) A 組：桌三（與門一距 3.865 公尺）

圖(十一) B 組：桌十一（與門一距 8.42 公尺）

(二) 研究結果 2：數據分析

我們將測出的四桌角角度與理論值（90 度）的誤差計算出 A、B 兩組四角度分別的絕對誤差、相對誤差及準確度以便進行分析與比較。表五和表六為計算出的數據結果，圖十則是針對相對誤差製作的分析長條圖。

1. 數據比較：

(1) 絕對誤差：A 組：桌三（與門一距 3.865 公尺）的絕對誤差值介於-9 至 5 之間，而 B 組：桌十一（與門一距 8.42 公尺）則介於-6 至 3 之間。

(2) 相對誤差：A 組（移除門一旁安全箱）的相對誤差皆在正負 10%之內，而 B 組（保留安全箱）則皆在正負 7%之內，兩者非常相近，誤差在合理範圍之內。

【表(五) A 組：桌三（與門一距 3.865 公尺）】

	角度	絕對誤差	相對誤差	準確度
角一	94.81°	4.81	5.34%	0.9466
角二	84.83°	-8.17	-9.08%	0.9092
角三	88.71°	-1.29	-1.43%	0.9857
角四	93.28°	3.28	3.64%	0.9636

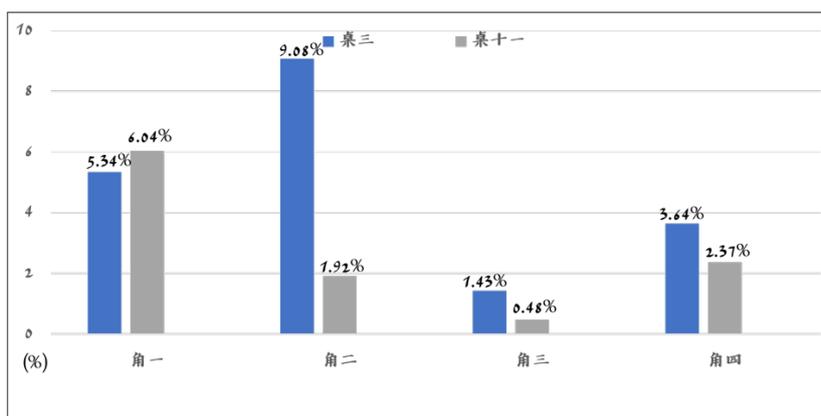
(3) 準確度：A 組與 B 組的準確度皆在 0.9 左右，準確度的數值範圍高度重疊。

【表(六) B 組：桌十一(與門一距 8.42 公尺)】

2. 數據分析：距離的遠近並不是造成誤差的主要變因

由數據與三角繪圖中可觀察到，測量目標與基準點距離較遠或較近的準確度非常相近，距離較遠的 B 組甚至高了 3% 左右。由此可推測在沒有其他顯著的人為或環境誤差影響的情況之下，測量目標與基準點的距離並不會對三角測繪的結果造成規律性的影響。

	角度	絕對誤差	相對誤差	準確度
角一	84.56°	-5.44	-6.04%	0.9396
角二	88.27°	-1.73	-1.92%	0.9806
角三	90.43°	0.43	0.48%	0.9952
角四	92.13°	2.13	2.37%	0.9763



【圖(十二) 測量物與基準點距離遠近對實驗誤差的影響 相對誤差(取絕對值)長條圖】

五、結論與生活應用

(一) 實驗結果統整：

1. 測量器具是造成實驗誤差的重要變因，iPhone 手機內建指南針較傳統指南針精準，可大幅度減少誤差，與原始假設相符。
2. 基準點(門一)旁安全箱為外加磁場來源，會造成指北/指南針測量誤差，與原始假設相符。
3. 測量目標物的遠近並不是造成實驗誤差的主要變因，推翻原始假設。

(二) 實驗過程檢討

1. 實驗設計可更仔細，有部分環境及實驗過程中的變因可再深入檢討(例如輔助測量工具的使用)。
2. 數據紀錄有部分遺漏，雖後來按記憶補上未造成太大影響，未來須更注意。

(三) 未來展望與應用

1. 探究 iPhone、他牌手機指南(北)針運作原理
2. 探究其他因素是否影響測量結果
3. 可改變基準點進行重複驗證
4. 可運用其他誤差定義方式驗證相同變因
5. 可應用在田野調查及其他大規模測量上

參考資料

- 一、陳敏皓 洪萬生 三角測量 (Trigonometric Measurements) (2010) 擷取自 科學 Online
- 二、福田理軒 (大矢真一解說) (1982) 測量集成
- 三、Martin and Jean Norgate (2003) Saxton's Hampshire: Surveying