

2023 年【科學探究競賽-這樣教我就懂】

國中組 成果報告表單

| |
|---|
| 題目名稱：紙柱擎天 |
| 一、摘要 |
| 因為發現生活中的柱子大多是以圓柱及方柱居多，而不見其他造型的柱子，於是想要探討不同造型的柱子之負重量比較。本實驗中分別探討 Kresling-origami Cylinder 、 Yoshimura-origami Cylinder 及 Reconfiguration of the Yoshimura Cylinder 與直角柱的負重量比較。由實驗結果可知：直角柱底面越趨於圓形，負重量越高；且正 Δ 的 Yoshimura Cylinder，其負重量明顯高於等腰直角 Δ 與等腰梯形結構。以下分別就研究動機、目的、驗證方法及結論逐一說明。 |
| 二、探究題目與動機 |
| <p>在旅途的路上，我們乘著車，經過了一條條的河流、一座座的橋墩，突然覺得奇怪!?</p> <p>為什麼橋樑的柱子都是以圓柱、方柱居多，而都不見其他造型的柱子呢?之後又在一次的社團課程中，聽到學長們的「三浦摺疊報告」，覺得很特別，一張薄薄的紙在經過折疊後竟然可以承受將近自身重千倍的重量。因此，我們想：「如果用其他的摺紙方法，摺成空心柱，不知和一般直角柱的負重量是否有差別呢？」</p> <p>根據以上兩種點子，我們決定將其綜合一探討「各式柱體」在不同狀態下的負重情形。</p> |
| 三、探究目的與假設 |
| (一)名詞釋義： |
| 依據我們搜尋柱體摺紙的相關資料，找到了以下四種不同的摺紙成柱體的方式 |
| <ol style="list-style-type: none">1. Kresling-origami Cylinder：Kresling 褶皺是一種在扭轉下自然產生的褶皺圖案。是由平行四邊形排列成一排，對應於柱體結構中的一「層」，連續性的平行四邊形向左或向右傾斜固定角度，而且每一層可以相互堆疊，它的特性是一個頂點有六個邊，兩邊是谷摺，四邊是山摺。本研究利用「菱形」堆疊四層，且菱形向右傾斜分為95°及100°。在研究中我們均稱呼為「K 柱」扭轉「95°及100°」2. Yoshimura-origami Cylinder：由等腰三角形鑲嵌而成的平面，並經由適當的摺製方式形成的 Schwarz 燈籠，它的特性是一個頂點有六個邊，兩邊是谷摺，四邊是山摺。本研究利用「等腰直角三角形」與「正三角形」堆疊四層。在研究中我們均稱呼為「Y 柱等腰直角Δ」與「Y 柱正Δ」。3. Reconfiguration of the Yoshimura Cylinder：由 Yoshimura-origami Cylinder 重新建構的側面，每面由等腰梯形所鑲嵌而成的平面，它的特性是一個頂點連接四個邊，一邊谷摺、三邊山摺。本研究利用內角為60°、120°的等腰梯形堆疊四層。本研究稱之為等腰梯型結構。4. 直角柱：側面皆為長方形且垂直於底面的柱體，稱為直角柱。本研究有正四角柱、正五角柱、正六角柱及正八角柱。 |

(二)研究目的

本研究採用相同的底面積(25 平方公分)，以不同柱體的結構與底面形狀進行負重實驗

1. 探討 **Kresling-origami Cylinder** 結構下，兩種不同扭轉角度的柱體負重量
 - (1) 在扭轉角度為 95° 下，底面為正五邊形、正六邊形及正八邊形的負重量
 - (2) 在扭轉角度為 100° 下，底面為正五邊形、正六邊形及正八邊形的負重量
2. 探討 **Yoshimura-origami Cylinder** 結構下，兩種等腰三角形柱體的負重量
 - (1) 在側面為「等腰直角三角形」的結構下，底面為正四邊形、正五邊形、正六邊形及正八邊形的負重量
 - (2) 在側面為「正三角形」的結構下，底面為正四邊形、正五邊形、正六邊形及正八邊形的負重量
3. 探討 **Reconfiguration of the Yoshimura Cylinder** 結構下，底面為四邊形、六邊形及八邊形的負重量
4. 探討**直角柱**結構下，底面為正四邊形、正五邊形、正六邊形及正八邊形的負重量
5. 綜合探討四種不同柱體結構下，不同底面形狀時的負重量關係比較，圖(一)即為我們摺完的一部分立體柱



圖(一) 各式不同結構與不同底面形狀的立體柱(部分)

四、探究方法與驗證步驟

(一)研究設備

本次研究用到的設備有 Excel、GeoGebra、180 磅道林紙、電子秤、水、水箱、玻棒、雙面膠、美工刀、鐵尺。

(二)初步實驗

我們利用數學軟體 GeoGebra 繪製立體圖形的展開圖，並將之切割黏貼成柱，進行初步負重實驗發現，柱子在加水負重時，當上方負重物開始傾斜，如圖(二)，即逐漸緩慢倒塌。因此，本次研究的負重量即為柱子傾斜後倒塌時所承受的重量。



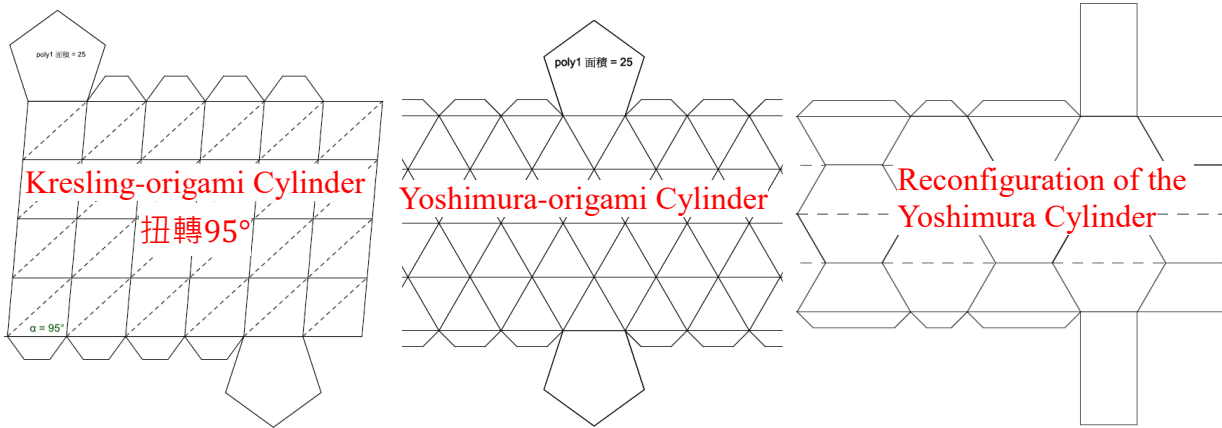
圖(二)水箱傾斜

(三)實驗流程

1. 繪製四種結構的立體展開圖，如圖(三)所示。
2. 將各式柱體利用雙面膠黏貼成柱，並測量柱體重量與高度。
3. 在柱體上方放置水箱，將水倒入，直至水箱傾斜倒塌，如圖(四)所示。

4. 利用電子秤測量水的重量，準確度至 1g，如圖(五)所示。

值得注意的是，當 K 柱底面為四邊形，側面扭轉 95 度與 100 度時，柱體會發生實際扭轉，如圖(六)所示，故 K 柱無法做底面為正方形的負重。另外，在等腰梯型結構下，其底面並非是正多邊形，如圖(三)最右圖所呈現，因此，此結構下無法圍成五邊形，也就無法測量底面為五邊形的負重量。



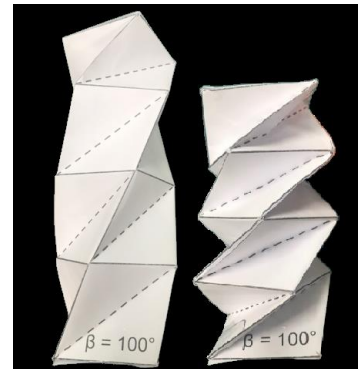
圖(三) 各式柱體的展開圖(代表)



圖(四)底面正五邊形的 K 柱
扭轉95°的負重示意圖



圖(五)最重可以測量
7kg 的電子秤



圖(六) 底面正四邊形的 K 柱
可輕易向下扭轉壓縮

(四)各式柱體的平均重量、高度與負重量

本研究每支柱體皆實驗 5 次，根據統計「四分位數」的概念，去除最高與最低負重量，以減少極端值之影響，故我們皆取中間三者的平均，並以 t 檢定，檢定彼此間的負重量是否具有顯著差異。表(一)與表(二)呈現經由實驗結束後取捨後的三個柱體的平均重量(g)、高度(cm)、負重量(g)與平均負重量(g)。

表(一) 經實驗取捨後的其中三個柱體的重量、平均重量(g)與高度(cm)

| 紙柱結構 | 底面形狀 | 1 | 2 | 3 | 平均重量(g) | 紙柱高度(cm) |
|-----------|------|-------|-------|-------|----------|----------|
| K 柱-95° | 正五 | 7.83 | 7.9 | 7.82 | 7.85 | 15.25 |
| | 正六 | 6.57 | 6.89 | 6.91 | 6.79 | 12.55 |
| | 正八 | 4.84 | 4.81 | 4.7 | 4.783333 | 9.25 |
| K 柱-100° | 正五 | 7.85 | 7.53 | 7.7 | 7.693333 | 15.15 |
| | 正六 | 6.58 | 6.86 | 6.59 | 6.676667 | 12.45 |
| | 正八 | 4.66 | 4.75 | 4.68 | 4.696667 | 8.95 |
| Y 柱-等腰直角△ | 正四 | 10.22 | 10.36 | 10.47 | 10.35 | 18.7 |
| | 正五 | 7.74 | 7.65 | 7.55 | 7.646667 | 15 |

| | | | | | | | |
|--------|----|------|-------|-------|----------|----------|-------|
| | | 正六 | 6.24 | 6.4 | 6.3 | 6.313333 | 12.35 |
| | | 正八 | 4.67 | 4.63 | 4.66 | 4.653333 | 9.05 |
| Y 柱-正△ | 正四 | 9.08 | 9.03 | 9.03 | 9.046667 | 17.1 | |
| | 正五 | 7.06 | 6.79 | 6.8 | 6.883333 | 13.3 | |
| | 正六 | 5.57 | 5.31 | 5.51 | 5.463333 | 10.7 | |
| | 正八 | 4.21 | 4.23 | 4.12 | 4.186667 | 7.8 | |
| | | | | | | | |
| 等腰梯形 | 四 | 14.4 | 14.24 | 14.25 | 14.29667 | 21.4 | |
| | 六 | 7.68 | 7.75 | 7.87 | 7.766667 | 14.35 | |
| | 八 | 5.48 | 5.57 | 5.41 | 5.486667 | 10.5 | |
| 直角柱 | 正四 | 9.41 | 9.15 | 9.43 | 9.33 | 20.1 | |
| | 正五 | 6.96 | 7.13 | 7.14 | 7.076667 | 12.97 | |
| | 正六 | 5.78 | 5.72 | 5.93 | 5.81 | 12.93 | |
| | 正八 | 4.36 | 4.57 | 4.63 | 4.52 | 9.44 | |

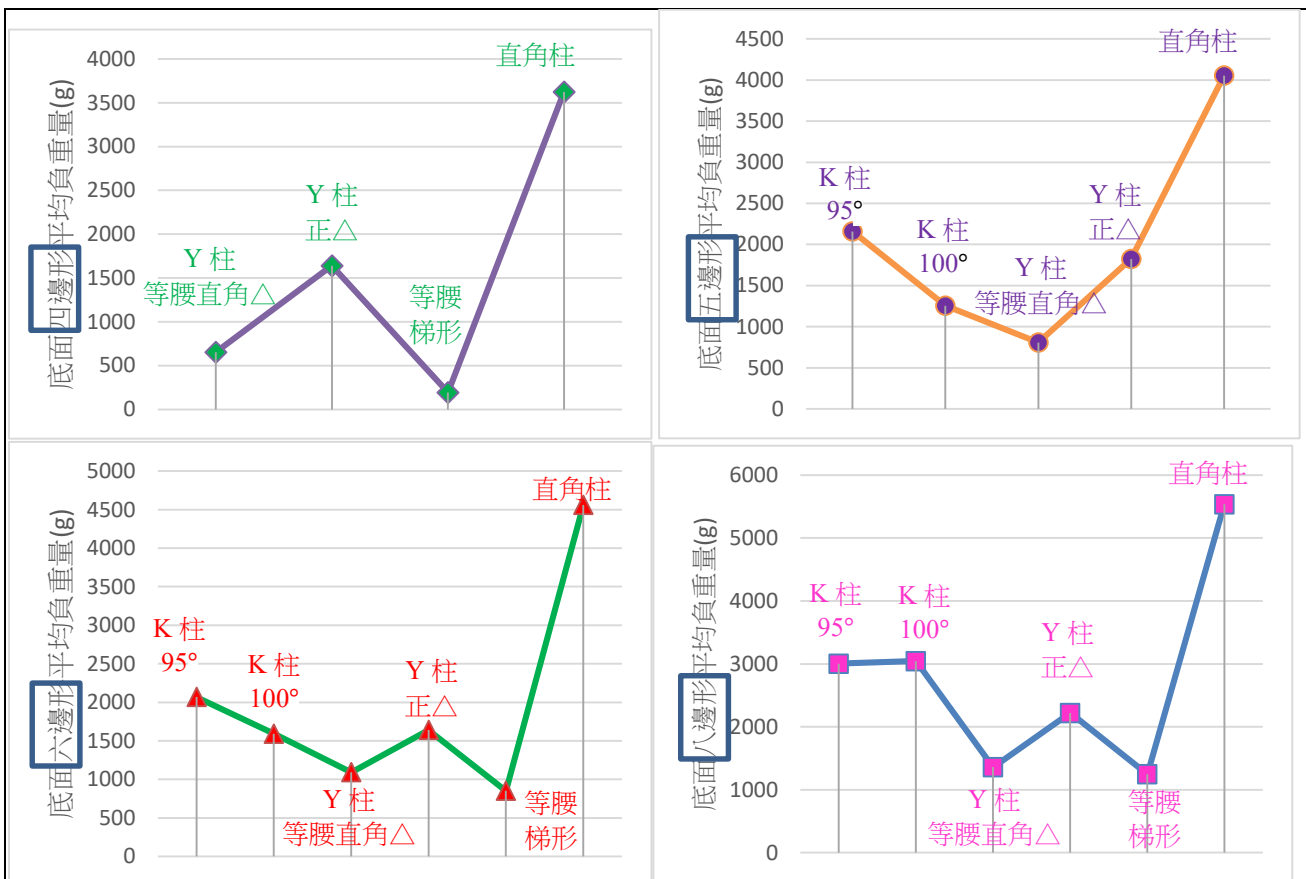
表(二) 經實驗取捨後的三個柱體的負重量(g)與平均負重量(g)

| 紙柱結構 | 底面形狀 | 1 | 2 | 3 | 平均負重量 |
|-----------|------|------|------|------|----------|
| K 柱-95° | 正五 | 2011 | 2600 | 1867 | 2159.333 |
| | 正六 | 2021 | 2209 | 1976 | 2068.667 |
| | 正八 | 3226 | 2900 | 2887 | 3004.333 |
| K 柱-100° | 正五 | 1260 | 1209 | 1294 | 1254.333 |
| | 正六 | 1580 | 1671 | 1528 | 1593 |
| | 正八 | 3818 | 2562 | 2759 | 3046.333 |
| Y 柱-等腰直角△ | 正四 | 670 | 668 | 626 | 654.6667 |
| | 正五 | 802 | 813 | 806 | 807 |
| | 正六 | 1180 | 967 | 1126 | 1091 |
| | 正八 | 1412 | 1439 | 1223 | 1358 |
| Y 柱-正△ | 正四 | 1657 | 1628 | 1634 | 1639.667 |
| | 正五 | 1668 | 2010 | 1791 | 1823 |
| | 正六 | 1662 | 1657 | 1598 | 1639 |
| | 正八 | 2129 | 2311 | 2226 | 2222 |
| 等腰梯形 | 四 | 154 | 198 | 232 | 194.6667 |
| | 六 | 988 | 760 | 802 | 850 |
| | 八 | 1238 | 1356 | 1146 | 1246.667 |
| 直角柱 | 正四 | 3298 | 3821 | 3745 | 802 |
| | 正五 | 3605 | 4304 | 4250 | 1146 |
| | 正六 | 4329 | 4932 | 4427 | 4562.667 |
| | 正八 | 5501 | 5786 | 5320 | 5535.667 |

五、結論與生活應用

(一)結論

1. 底面面積為 25cm^2 ，形狀為四邊形、五邊形、六邊形與八邊形負重量的折線圖，以統計圖觀看皆以直角柱負重量明顯高於其他三種結構，其中，以等腰梯形結構的柱體負重量最低。且根據數據顯示，此四種結構中皆有底面越趨於圓形，負重量越高的趨勢。



2. 在 **Kresling-origami Cylinder** 結構下，底面形狀為正五邊形與正六邊形的負重量，在誤差 p 值 <0.05 的顯著水準下，扭轉 95°的負重量皆顯著優於扭轉 100°。底面為正八邊形雖然扭轉 100°負重量較多，但卻和 95°負重量無顯著差異，其數值如表(三)所示。

表(三) *Kresling-origami Cylinder* 結構下，不同底面形狀之負重量(g)之 t 檢定

| | 扭轉 95° | 扭轉 100° | t 值 | p 值 |
|------|---------|---------|------|----------------|
| 正五邊形 | 2159.33 | 1254.33 | 4.01 | 0.03* <0.05 |
| 正六邊形 | 2068.67 | 1593 | 5.75 | 0.002* <0.05 |
| 正八邊形 | 3004.33 | 3046.33 | 0.10 | 0.46 > 0.05 |

註：* 表示達 0.05 的顯著水準

3. 在 **Yoshimura-origami Cylinder** 結構，同底面積不同底面形狀，在誤差 p 值 <0.05 的顯著水準下，正△結構的負重量皆顯著地優於等腰直角△的結構，其數值如表(四)所示。

表(四) *Yoshimura-origami Cylinder* 結構下，不同底面形狀之負重量(g)之 t 檢定

| | 等腰直角△ | 正△ | t 值 | p 值 |
|------|--------|---------|-------|--------------------------------|
| 正四邊形 | 654.67 | 1639.67 | 58.46 | 2.5×10^{-7} * <0.05 |
| 正五邊形 | 807 | 1823 | 10.15 | 0.005* < 0.05 |
| 正六邊形 | 1091 | 1639 | 8.16 | 0.0006 * < 0.05 |
| 正八邊形 | 1358 | 2222 | 10.06 | 0.0002* < 0.05 |

4. Reconfiguration of the Yoshimura Cylinder 的結構是由 Y 柱正△結構變形而成，所以我們針對這兩種相似結構進行比較，發現將實驗結果進行統計檢定後，Y 柱正△結構的負重量明顯較佳，其數值如表(五)所示。由第 3 和第 4 點得知，側面為正三角形的 Yoshimura

Cylinder，負重量顯著高於等腰直角△與等腰梯形結構。

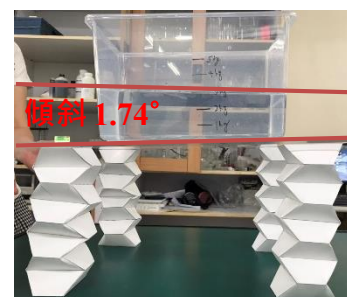
表(五) Yoshimura Cylinder 結構與其變形下，不同底面形狀之負重量(g)之 t 檢定

| | Y 柱-正△ | 等腰梯形 | t 值 | p 值 |
|-----|-------------|-------------|-------|-----------------------------|
| 四邊形 | 1639.666667 | 194.6666667 | 59.60 | $5.2 \times 10^{-6} < 0.05$ |
| 六邊形 | 1639 | 850 | 10.8 | $0.0002^* < 0.05$ |
| 八邊形 | 2222 | 1246.666667 | 12.1 | $0.0001^* < 0.05$ |

5. 在直角柱中，因底面有四種不同形狀，我們將數值進行單因子變異數分析，所得 F 值為 20.82，p 值= $0.00039^* < 0.05$ ，表示不同底面形狀的負重量之間確實有顯著差異，進行事後比較得知，底面為八邊形的負重量顯著地高於其他形狀。表示當底面形狀越趨於圓形時，負重量也會越多。所以，可以想見為何日常生活中常見的柱體會以圓柱居多。
6. 在實驗過程中，發現柱子大多是因為黏貼邊毀損而往黏貼邊方向倒塌—由此可知若能實際做成一體成形的柱子，負重效果一定更佳。

(二)未來展望

1. 礙於時間與實驗設備的關係，我們只針對空心柱體進行負重實驗，往後若有更佳的實驗設備，可以對實心柱體進行負重實驗。
2. 一根空心柱的負重也許不佳，不過我們曾對負重量最少（即底面為四邊形的等腰梯形結構）進行類似搭橋的實驗，發現其負重量遠比單一支柱子要多 30 幾倍，如圖(七)所示。因此，我們以後可以用搭橋實驗來進行更進一步的研究。



圖(七) 搭橋初步測試

(三)生活應用

1. 建築中非主要鋼樑部分可以利用 K 柱或 Y 柱的結構，讓柱子更有造型感。甚至可以用於建築物外觀，使之耳目一新。
2. 桌腳椅腳的部分不必再拘泥於傳統樣式，利用不同結構柱體來設計，頗具時尚感。
3. 我們製作的空心柱中，K 柱具有扭轉結構，利用此結構設計仿氣墊的物品，可以減壓減振。
4. 我們製作的空心柱很像輪胎，當它倒下時，用吹的即可滾動，所以可以考慮將 K 柱、Y 柱及等腰梯形結構之外形用於輪胎胎紋設計。
5. 利用 K 柱、Y 柱之結構外形作為水壺等盆類的外壁設計，不僅富有幾何之美感，拿取時還可以止滑。
6. 利用特殊材質和 K 柱結構製成多個仿彈簧構造，置於床墊夾層中，可支撐人體重量亦有減振效果。

參考資料

1. The Kresling-Pattern and our origami world : <https://youtu.be/gqxvdqq82Pw>
2. Jong-Eun Suh, Tae-Hyun Kim and Jae-Hung Han(2020). *New Approach to Folding a Thin-Walled Yoshimura Patterned Cylinder*. Journal of Spacecraft and Rockets(Vol. 58(2)).引自 : <https://arc.aiaa.org/doi/10.2514/1.A34784>