

2023 年【全國科學探究競賽-這樣教我就懂】

國中組 成果報告表單

題目名稱：牛頓的指尖陀螺

一、摘要：

國三上學期的物理課我們學到了牛頓三大運動定律，其中牛頓第二運動定律為：當運動中的物體質量不變時，物體所受到的外力等於質量與加速度的乘積 $F=ma$ ，其中的質量(m)和重力(萬有引力)有關；那麼、為什麼用繩子懸吊起快速轉動中的腳踏車輪胎，車輪卻不會受到重力影響而馬上就墜落傾倒呢？這究竟有沒有違反了重力原則呢？牛頓第一運動定律則指出：假設沒有施加任何外力、或所施加的外力之和為零，則運動中的物體會保持勻速直線運動狀態；那麼旋轉運動中的物體因慣性所產生的「旋轉慣量」，和物體受到重力所產生的「力矩」又是如何相互影響物體在空間中的「進動」呢？我們決定使用「指尖陀螺」來進行一場關於運動定律有趣的科學探究活動，經過實測檢驗逐一為這些疑問找到解答。

二、探究題目與動機

偶然中我們在臉書看到一個由美國德州農工大學所創立的粉絲專頁「德州農工大學物理與天文開放課程」，其中有一篇貼文是由該校的俄裔美籍伊魯奇莫娃教授所示範關於旋轉腳踏車輪胎十分有趣的影片^[1]，這段影片引起了我們高度的好奇心。在影片中、伊魯奇莫娃教授將一條繩子懸繫在垂直於地面的腳踏車輪胎中心輪軸的某一側，

然後用力使勁地轉動轉腳踏車輪胎，高速旋轉的輪胎竟然不會受到重力的影響而傾倒墜落，腳踏車輪胎除了保持平衡繼續以原來垂直於地面的角度旋轉之外，也還會圍繞著繩子開始轉圈圈。



圖片 1：伊魯奇莫娃教授示範旋轉腳踏車輪胎影片

這段影片令我們想起九年級物理課所學過的牛頓運動定律，影片裡所展示的腳踏車輪胎似乎違反了我們對於重力(萬有引力)的認知，為什麼快速旋轉中的車輪竟然可以抵抗地心引力的影響呢？為了釐清這個疑問，我們決定尋找生活中可以旋轉又符合實驗條件的東西，模擬影片裡的腳踏車輪胎進行一場實證探究的科學實驗。

三、探究目的與假設

重力除了會對直線運動的物體產生影響，那麼重力對於旋轉運動中的物體的影響究竟又是如何呢？從前面的示範影片中我們推想：應該有一種由旋轉所產生的力，它和重力交互作用的結果能使得腳踏車輪胎不會馬上受到重力作用的影響而傾倒。我們想從牛頓運動定律關於「力」的觀念來探討這一股看不見的力量：

- (一)車輪重量(重力)和旋轉時間的關係。
- (二)車輪直徑(力臂)和旋轉時間的關係。
- (三)繫繩位置(支點)與軸心的距離和旋轉時間的關係。

四、探究方法與驗證步驟

(一)研究設備：

環保餐盤、塑膠咖啡杯蓋、舊光碟片、硬式吸管、戰鬥陀螺、木片支撐架、指尖陀螺 x 2、陀螺儀、棉線。請參考「圖片 2」。

(二)實驗流程規劃，請參考「圖片 3」。

(二)驗證步驟：

1、尋找能符合模擬實驗的器材：

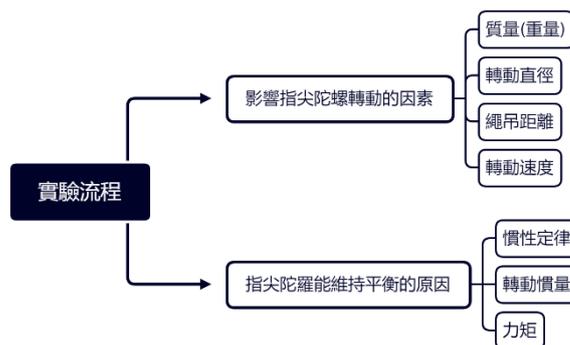
一開始我們將兩個塑膠咖啡杯蓋背對背黏接，從中心點插入一截管徑較大的吸管作為轉動軸承，然後中間再插入一根管徑較小的吸管當作軸心來模擬腳踏車輪的轉動效果，但是我們立刻發現塑膠杯蓋的重量實在太輕了，儘管我們再怎麼用力的用手指轉動塑膠杯蓋，短短幾秒後杯蓋就停止了轉動。

我們又從廚房找到一個重量較重的環保木屑餐盤，然後仿效上述的改造方法使用兩根粗細不同的硬吸管當作旋轉軸承，經過第二次的實驗知道、雖然環保餐盤比較重，但是硬吸管製成的轉動軸承效果很差，因為吸管的形狀不是正圓形，導致環保餐盤在旋轉時不斷的抖動，並且吸管的摩擦係數太高，使用環保餐盤和使用塑膠杯蓋的結果一樣，只短短的幾秒之後環保餐盤也停止了轉動。

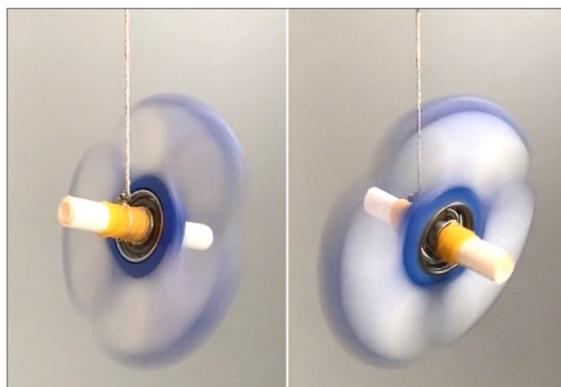
經過前兩次的失敗，我們了解到具備類似腳踏車輪滾珠軸承的裝置，才是我們進行模擬實驗唯一的選擇，還好皇天不負苦心人，我們終於從家裡的收納箱中翻找出兩個小學時候的玩具：指尖陀螺，指尖陀螺中間的軸承非常符合我們對於模擬實驗的要求。我們將孔徑相同的硬吸管插入指尖陀螺中間的軸承，也仿效影片用棉線懸吊起指尖陀螺，當我們用手指迅速的撥轉指尖陀螺後，快速旋轉的指尖陀螺果然和影片所呈現的結果一樣，仍然能維持和地面垂直的角度繼續轉動，直到



圖片 2：本實驗使用的研究設備



圖片 3：實驗流程規劃



圖片 4：指尖陀螺模擬實驗成功

轉動的速度因摩擦力變得越來越緩慢，最後終於不敵重力的吸引傾倒停止轉動。

2、第一階段：指尖陀螺的力學實驗

經過前面的實驗過程，我們瞭解到物體的重量和轉動的摩擦力，都會影響到轉動物體保持轉動時間的長短；我們想利用牛頓運動定律更進一步的探索轉動力量的秘密。

(1) 指尖陀螺的重量和旋轉時間長短的關係

在牛頓第二定律的轉動版本中，轉動慣量取代了質量。轉動慣量又稱慣性矩，通常以 I 表示，轉動慣量是一個物體對於其旋轉運動的慣性大小的量度。轉動慣量在轉動力學中的角色相當於線性動力學中的質量。對於一個質點， $I = mr^2$ ， m 是其質量(重量)， r 是質點和轉軸的垂直距離^[2]。因此、 m (質量) 越大、則 I (轉動慣量) 越大。

我們使用同一個指尖陀螺進行質量與旋轉時間長短的對比實驗。拆除三個配重片前原始指尖陀螺的重量為 51 公克，拆除了三個配重片後指尖陀螺的重量為 32 公克，我們以同樣的力量轉動指尖陀螺，測量輕、重陀螺的旋轉時間，實驗結果如下表，果然和牛頓的運動定律相符合，質量較重的陀螺果然轉動的時間較長。



圖片 5：拆除配重片以減輕指尖陀螺重量

表格 1：指尖陀螺重量對於轉動時間的影響

	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
指尖陀螺(51 公克)旋轉時間(秒)	36.99	36.33	38.38	37.15	36.83
指尖陀螺(32 公克)旋轉時間(秒)	17.87	16.99	17.34	16.73	15.71

(2) 指尖陀螺的直徑大小和旋轉時間長短的關係

當物體在作繞軸旋轉的慣性運動時，對於某個質點的「轉動慣量」 $I = mr^2$ ，其中 m 是其質量， r 是質點和轉軸的垂直距離。從這個「轉動慣量」公式可以知道，當 r 值越大，代表轉動的半徑越大，則其轉動慣量也會越大。

我們使用膠帶將廢棄不用的光碟片黏貼在指尖陀螺的一側以增加指尖陀螺的旋轉半徑，我們採用和前一個實驗相同的轉動條件，然後將增大旋轉半徑後的指尖陀螺轉動時間，和前面使用 51 公克指尖陀螺的旋轉時間進行對比，實驗結果如下表所示。經實驗的結果證明，果然較大轉動半徑的指尖陀螺、其轉動的時間也比較長，而且增加轉動時間的效果非常明顯。



圖片 6：黏貼光碟片以加長轉動半徑

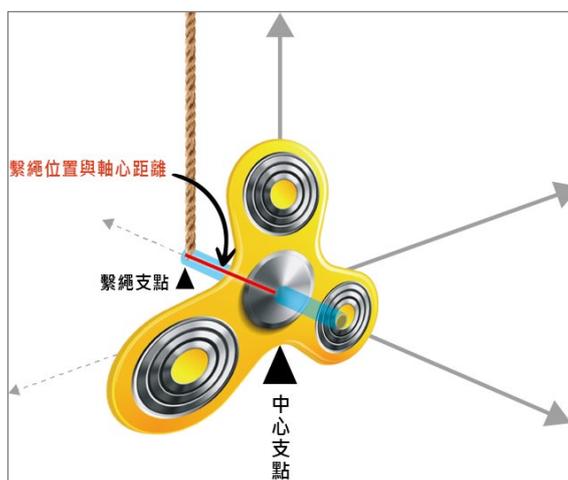
表格 2：指尖陀螺半徑對於轉動時間的影響

	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
指尖陀螺+光碟片旋轉時間(秒)	01.03.74	55.20	59.37	50.86	59.22
指尖陀螺(51 公克)旋轉時間(秒)	36.99	36.33	38.38	37.15	36.83

(3) 繫繩與軸心距離和和旋轉時間長短的關係

前面的兩個實驗都是在探討物體在平面上的慣性運動，然而被繩索懸吊起來轉動的腳踏車輪則可視為在空間中轉動的物體，它和在平面上轉動的物體相比，多了「力矩」對物體運動的影響。

在空間中轉動的物體，我們可以用右手定則^[3]得知該物體轉動慣量所指向的方向；然而因為繫繩的位置(支點位置)並非在該轉動物體的垂直中心點位置，因此該物體會受到重力的作用而造成轉動慣量所指向的方向發生偏移。我們想知道繫繩的位置，也就是支點和軸心的距離(力臂的長短)對於指尖陀螺轉動時間的影響，我們以繫繩位置和軸心距離 5mm 和 15mm 進行了對比實驗，實驗結果如下表，我們無法看出力臂的長短對於指尖陀螺轉動時間的影響，這是因為「力矩所影響的是指尖陀螺轉動轉動的角度、而非轉動的速度」。



圖片 7：繫繩支點與軸心距離

表格 3：繫繩支點位置對於轉動時間的影響

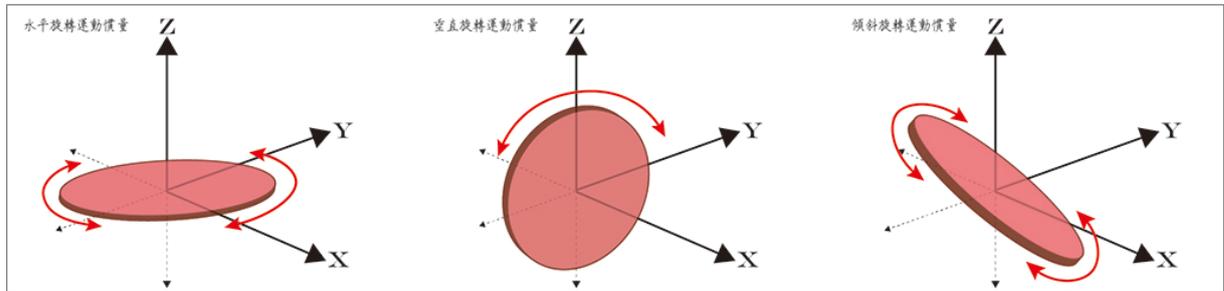
	第 1 次	第 2 次	第 3 次	第 4 次	第 5 次
繫繩與軸心距離 5mm 旋轉時間(秒)	12.98	11.62	10.72	13.21	12.41
繫繩與軸心距離 15mm 旋轉時間(秒)	12.16	12.75	14.38	13.58	17.08

3、第二階段：指尖陀螺與運動慣量

經過前面的實驗，我們已經知道相同力量條件下會影響指尖陀螺轉動時間的幾個主要因素，但究竟是甚麼原因使得單邊懸吊的指尖陀螺能保持平衡不被重力吸引而墜落呢？為什麼轉動中的指尖陀螺又會環繞著繩子轉圈圈呢？按照慣性定律，在沒有「外力」的情況下，靜止的物體保持靜止，平移的物體以原來的速率並沿著原來的方向平移；而「轉動慣量」則是物體對於其旋轉運動的慣性大小的量度，在「外力為零」的情況下，轉動的物體會以原來的速率並沿著原來的方向轉動。

轉動慣量是任何可以旋轉的物體的屬性，既取決於它的質量也取決於該物體質量相對於旋轉軸的分佈。當指尖陀螺的轉動慣量大於重力的吸引、或在沒有外力的情況

下，就會保持其原來轉動的角度(轉動平面)繼續轉動而不會傾倒掉落，請參考下圖。



圖片 8：旋轉物體的轉動慣量(角動量)

五、結論與生活應用

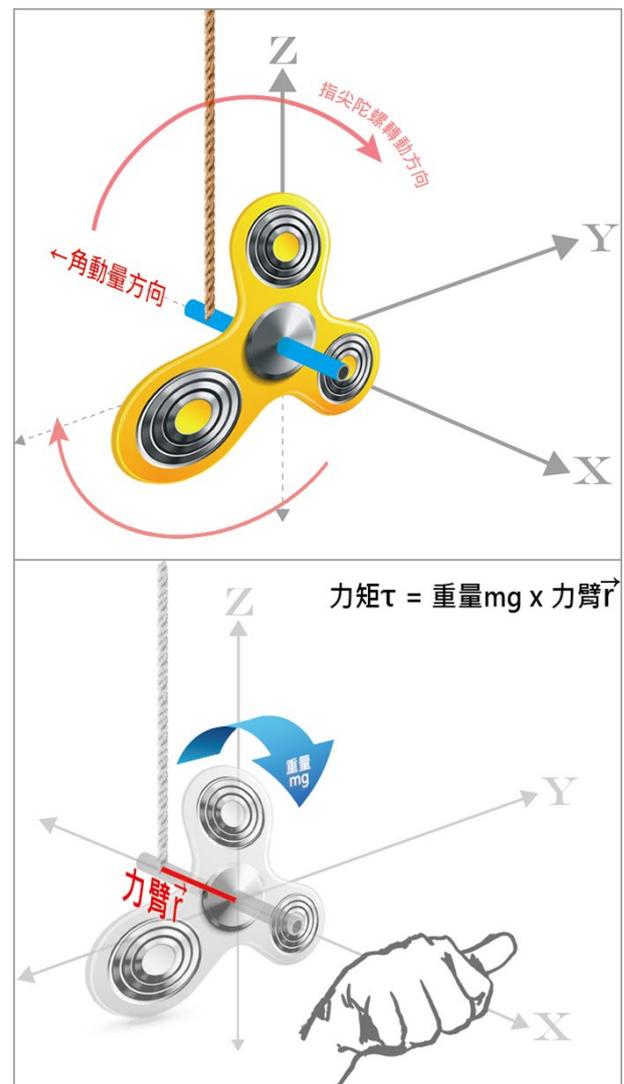
實驗到目前為止，我們已經知道指尖陀螺能維持平衡轉動的原因，我們同樣也測試過戰鬥陀螺、陀螺儀和指尖陀螺，發現陀螺轉動的力道越強或轉動的速度越快，陀螺能夠維持平衡轉動的時間則越久，直到轉動的力量受摩擦力的影響而越來越慢，最後通通不敵萬有引力而傾倒停止轉動，然而維持平衡的轉動慣力和造成陀螺傾倒的重力，兩者之間究竟是如何相互作用的？我們繼續探討更為清楚的原因並作為本科學探究實驗最後的結論。

在物理學中，力是物體之間的相互作用，自然界有許多無形看不見的力量例如重力、電磁力、摩擦力等；如果按照力的作用效果，又可以把力分為推力、拉力、支持力、阻力等，「力」的本質就是「相互作用」的本質。

「圖片 9」的上半部圖片說明：一個垂直於地面並且往 Y 軸方向轉動的指尖陀螺，根據右手定則，大拇指所指方向的 -X 軸即為轉動慣量(角動量)的方向。「圖片 9」的下半部圖片則說明：陀螺受到重力的影響，往 X 軸方向傾倒的陀螺則會產生一個指向 Y 軸方向的力矩。

被繩子懸吊起快速轉動的指尖陀螺，其實同時受到了：指尖陀螺轉動慣量產生的方向力，指尖陀螺因自身重量受到重力吸引而產生的力矩方向力，以及轉動時產生的摩擦力，這「三股看不見的力量」交互作用的影響。

摩擦力作用的結果，會使得指尖陀螺轉動的速度越來越慢，當轉動的力量不足以抵抗重力吸引時，指尖陀螺就會傾倒停止轉動。

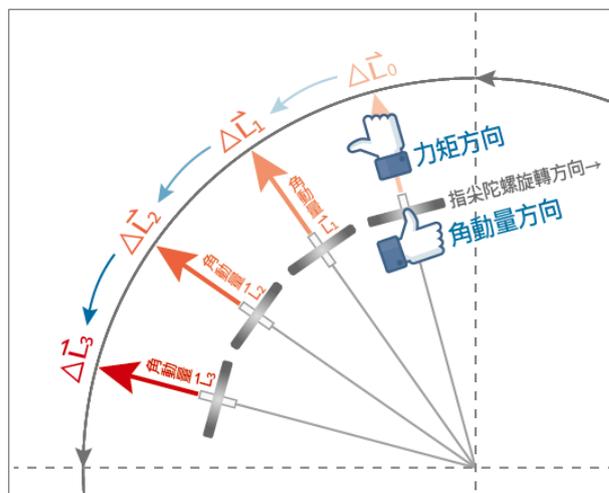


圖片 9：角動量方向 VS 力矩方向

根據角動量恆守定律，當「系統」所受「合外力矩」為零時，系統的角動量保持不變^[4]，也就是說轉動中的指尖陀螺會維持原本的轉動角度繼續轉動。

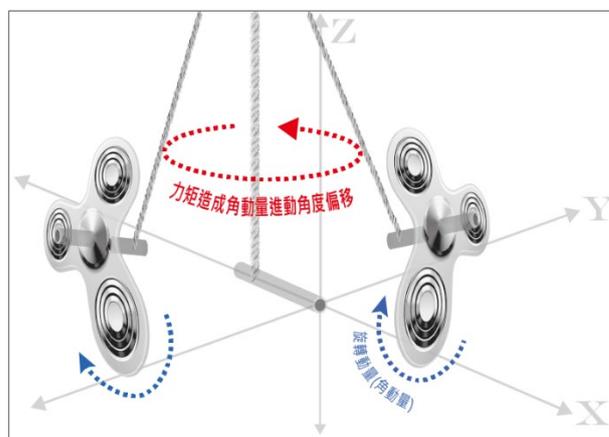
由於被繩子懸吊起並且垂直於地面轉動的指尖陀螺，其轉動的支點並不是在陀螺中心垂直正下方的位置，所以角動量方向會受到因重力產生的力矩作用的影響。

如「圖片 10」所示，角動量方向會受到力矩作用的影響而逐漸的偏移，偏移的方向由右手定則決定。當指尖陀螺的旋轉力量很強的時候，指尖陀螺轉動角度受到力矩偏移的影響比較小；當指尖陀螺旋轉力量漸漸變弱，陀螺轉動角度受到力矩偏移的影響會越來越明顯。



圖片 10：力矩方向造成角動量方向偏移

如「圖片 11」所示，指尖陀螺轉動的角動量方向受到力矩作用力而發生偏移的結果，會逐漸改變指尖陀螺轉動的角度，兩種力量相互作用的結果，就使得指尖陀螺會圍繞著繩子開始逆時鐘方向或者順時鐘方向轉圈圈。



圖片 11：指尖陀螺環繞繫繩轉圈

一個簡單的指尖陀螺轉動實驗，居然包含了牛頓運動定律和許多我們尚未探討的力學知識。隨著科技日新月異的發展，各種精密陀螺儀技術已經廣泛的被運用在各種領域，例如這幾年成為熱門話題可用於國防領域的四足自走機器狗、可替代人類進行重複性勞動的雙足機器人、手機行動裝置、自駕車、船舶和飛行器導航、VR 虛擬實境、3D 電玩遊戲甚至新興的元宇宙等等。陀螺儀是一種既古老卻又饒富生命力的技術，這些運用陀螺儀技術的新科技勢必將改變並提升人類未來的生活。

參考資料

- [1]、德州農工大學物理與天文開放課程臉書粉絲頁/伊魯奇莫娃教授。[Does the spinning wheel defy gravity?](#)
- [2]、轉動慣量。可汗學院。取自 <https://zh.khanacademy.org/science/physics/torque-angular-momentum/torque-tutorial/a/rotational-inertia>
- [3]、力矩。維基百科。取自 <https://zh.wikipedia.org/wiki/力矩>
- [4]、角動量守恆定律。維基百科。取自 <https://zh.wikipedia.org/wiki/角动量守恒定律>